

Title	ころがり軸受の潤滑機構( Dissertation_全文 )
Author(s)	沖野, 教郎
Citation	Kyoto University (京都大学)
Issue Date	1961-03-23
URL	<a href="http://dx.doi.org/10.14989/74841">http://dx.doi.org/10.14989/74841</a>
Right	
Type	Thesis or Dissertation
Textversion	author

京都大学審査博士学位論文

# ころがり軸受の潤滑機構

沖 野 教 郎

1 9 6 1





# ころがり軸受の潤滑機構

沖 野 教 郎

1 9 6 1



# 目 次

序 論	1
第 一 章 ころがり接触面の摩擦特性および潤滑理論	3
結 論	3
第 1 章 ころがり接触面の起動摩擦特性	4
第 1 節 緒 言	4
第 2 節 ころがり起動摩擦の測定	5
(1) 実 験 装 置	5
(2) 実 験 方 法	6
(3) 測定誤差	8
(4) 実 験 条 件	10
第 3 節 ころがりはじめの挙動	12
第 4 節 ころがり起動摩擦の特性	15
(1) 実 験 結 果	15
(2) 統計的性質	18
第 5 節 結 言	19
第 2 章 ころがり接触面の起動摩擦理論	21
第 1 節 緒 言	21
第 2 節 ころがり起動摩擦機構の解析	21
(1) 従来の諸説の検討	21
(2) 新機構の提出	27
第 3 節 ころがり起動摩擦の理論	28



第4節	理論結果の検討	32
第5節	結 言	34
第3章	高速度ころがり接触面の乾燥摩擦特性	35
第1節	緒 言	35
第2節	高速度ころがり摩擦の測定	35
(1)	実験装置	35
(2)	測定原理	37
(3)	測定結果	41
(4)	空気抵抗の除去	42
第3節	球の高速度ころがり摩擦特性	43
(1)	ころがり速度・接触面荷重ところがり 摩擦との関係	43
(2)	接触荷重寸法ところがり摩擦との関係	44
(3)	表面あらさところがり摩擦の関係	45
(4)	転動球の材質ところがり摩擦の関係	45
(5)	接触面表層材質ところがり摩擦の関係	46
第4節	ころの高速度ころがり摩擦特性	46
(1)	実験条件	46
(2)	ころがり摩擦特性	46
第5節	真空中のころがり摩擦特性	47
(1)	測定装置	47
(2)	ころがり摩擦特性	49
第6節	結 言	49
第4章	高速度ころがり接触面の乾燥摩擦理論	51
第1節	緒 言	51
第2節	ころがり摩擦機構に関する従来の仮説 の検討	51
(1)	差動すべりに起因するころがり摩擦の解析	51





(2)	弾性ヒステリシス損失に基因するころがり 摩擦の解析	54
(3)	接触面あらしに基因するころがり摩擦の解 析	56
第3節	摩擦機構に関する新しい仮説	57
(1)	弾性衝突エネルギー損失に基因するころが り摩擦の理論	57
(2)	理論結果の検討	58
第4節	結 言	60
第5章	高速度ころがり接触面の潤滑特性	62
第1節	緒 言	62
第2節	潤 滑 条 件	62
第3節	球の高速度ころがり接触面の潤滑特性	64
(1)	ころがり速度 接触面荷重ところがり摩擦 との関係	64
(2)	潤滑油粘度ところがり摩擦との関係	65
(3)	接触面積ところがり摩擦の関係	65
(4)	潤滑油中の混入異物の影響	65
第4節	ころの高速度ころがり接触面の潤滑特性	66
第5節	真空中におけるころがり接触面の潤滑特性	67
第6節	結 言	68
第6章	高速度2次元ころがり接触面の流体潤滑 理論	70
第1節	緒 言	70
第2節	基礎方程式の一般解	72
(1)	記号の説明	72
(2)	一 般 理 論	73
(3)	COREの形成状態	76



第3節	完全ころがり接触の場合の理論	78
(1)	圧力分布の理論	78
(2)	負荷容量の理論	80
(3)	摩擦の理論	83
第4節	衝激荷重に対する SQUEEZE FILM 負荷能力	84
第5節	非定常荷重を受ける場合の理論(完全ころがり接触)	86
第6節	すべりを伴うころがり接触の場合の理論	91
第7節	理論結果の検討	93
第8節	結 言	95
第7章	高速度3次元ころがり接触面の流体潤滑 理論	96
第1節	緒 言	96
第2節	基礎方程式	98
(1)	記号の説明	98
(2)	基礎方程式	98
第3節	負荷容量および圧力分布の理論	99
(1)	油膜圧力分布	99
(2)	負 荷 容 量	102
第4節	摩擦の理論	103
第5節	理論結果の検討	104
第6節	結 言	105
結 論		106



## 第 二 編 ころがり軸受の潤滑特性および潤滑理論 108

### 緒 論 ..... 108

#### 第 1 章 ころがり軸受の起動摩擦特性 ..... 110

##### 第 1 節 緒 言 ..... 110

##### 第 2 節 起動摩擦測定装置および実験条件 ..... 110

###### (1) ラジアル荷重下の起動摩擦測定装置および実験条件 ..... 110

###### (2) スラスト荷重下の起動摩擦測定装置および実験条件 ..... 112

##### 第 3 節 回転はじめの挙動 ..... 113

##### 第 4 節 ころがり軸受の起動摩擦特性Ⅰ (ラジアル荷重の場合) ..... 116

##### 第 5 節 ころがり軸受の起動摩擦特性Ⅱ (スラスト荷重の場合) ..... 117

###### (1) 荷重と起動摩擦の関係 ..... 117

###### (2) 接触角と起動摩擦の関係 ..... 118

###### (3) 潤滑油および添加剤の影響 ..... 119

###### (4) 荷重方向の影響 ..... 121

##### 第 6 節 統計的性質 ..... 121

##### 第 7 節 結 言 ..... 122

#### 第 2 章 ころがり軸受の起動摩擦理論 ..... 124

##### 第 1 節 緒 言 ..... 124

##### 第 2 節 摩擦構成要素の分析 ..... 124

##### 第 3 節 ころがり軸受の起動摩擦機構の解析 ..... 126

###### (1) ラジアル荷重の負荷される場合 ..... 126

###### (2) スラスト荷重の負荷される場合 ..... 132

##### 第 4 節 統計的性質について ..... 134



第5節	結 言	135
第3章	高速度ころ軸受の潤滑特性	137
第1節	緒 言	137
第2節	摩擦特性および温度上昇測定装置と 実験条件	138
(1)	実 験 装 置	138
(2)	実 験 条 件	138
第3節	噴霧潤滑に関する基礎特性	139
(1)	給油量の影響	140
(2)	給気量の影響	141
第4節	高速度ころ軸受の潤滑特性	142
(1)	運転初期の潤滑特性	142
(2)	回転速度の影響	143
(3)	荷重の影響	145
(4)	潤滑油粘度の影響	144
(5)	添加剤の効果	144
(6)	接触角の影響	145
(7)	ころ数の影響	145
(8)	油浴潤滑との比較	146
第5節	結 言	146
第4章	高速度玉軸受の潤滑特性	148
第1節	緒 言	148
第2節	摩擦特性および温度上昇測定装置と 実験条件	148
(1)	実 験 装 置	148
(2)	実 験 条 件	149
第3節	高速度玉軸受の潤滑特性	149
(1)	運転初期の潤滑特性	149





(2)	回転速度の影響	150
(3)	荷重の影響	150
(4)	潤滑油粘度の影響	151
(5)	添加剤の影響	151
(6)	接触角の影響	152
第4節	アングュラ・コンタクト玉軸受の接触角について	153
(1)	回転数 荷重 接触角 接触圧力の関係	153
(2)	限界回転数	156
第5節	結 言	157
第5章	高速度ころがり軸受の潤滑機構の解析	158
第1節	緒 言	158
第2節	摩擦構成要素の分析	158
第3節	ころがり接触部分の摩擦	159
第4節	すべり接触部分の摩擦	161
(1)	転動体と保持器間の摩擦	161
(2)	転動体とつば間の摩擦	162
第5節	摩擦構成要素の大きさの変化	164
第6節	結 言	165
第6章	高速度ころがり軸受の流体潤滑理論 I (スラスト荷重を受ける場合)	166
第1節	緒 言	166
第2節	基礎式	166
第3節	流体摩擦の理論	168
第4節	理論結果の検討	170
第5節	結 言	171



第 7 章	高速度ころがり軸受の流体潤滑理論Ⅱ (ラジアル荷重を受ける場合)	173
第 1 節	緒 言	173
第 2 節	基礎方程式	173
第 3 節	すべりの存在しない場合の理論	174
第 4 節	衝撃荷重に対する S Q U E E Z E FILM の負荷容量	176
第 5 節	非定常荷重を受ける場合の理論 (すべりは存在しない)	177
第 6 節	ころのすべりを考慮した場合の理論	180
(1)	円筒ころ軸受内におけるころのすべり	180
(2)	流体潤滑理論	185
第 7 節	結 言	186
結 論		188
総 括		189
参 考 文 献		191
主要記号表		196



# 序 論

ころがり軸受はその製作技術の向上と相俟って近々著しくその用途を拡大し、高速度用軸受としては勿論、低速度用としても高速度微小摩擦を必要とする回転機械に広く使用されている。しかも最近における科学技術の進歩はころがり軸受に対しても更に飛躍的な性能の向上を要求しており、特に回転機械が一般に高速度化される傾向の結果、軸受の単位時間当りの摩擦発熱量の増加を惹起し、潤滑上の困難を増加せしめたため、ころがり軸受の潤滑性能向上に對する研究が重要な課題の一つとしてとりあげられるようになった。

本研究はころがり軸受の潤滑機構を解明することによって軸受摩擦の形成原理を究明するとともに、潤滑の理想状態である流体潤滑を可能ならしめることを目的とするものである。

ころがり軸受の潤滑に関する研究は従来においても数多く行なわれ、ころがり軸受の性能向上に大きく寄与して来たのであるが、それらの大部分は既製あるいは試作した軸受について各種の潤滑条件下で運転性能を実験的に検討し、最適の潤滑条件を見出さんとする方式のもので、軸受の摩擦を構成する各種の要素の総合された結果を検討するにとどまり、より本質的な潤滑の機構についてはほとんど未解決の実状にある。

ころがり軸受の潤滑性能を根本的に向上せしめるためには、軸受を形成する転動体、保持器および内外輪軌道、ならびにその間に存在する潤滑剤とが互いに如何に関係し合つて摩擦を構成するかを明らかにし、その結果に基いて良好な潤滑状態を得るための条件を探究する必要がある。





本論文は二編から成り上記の考えに従ってオー編においてころがり軸受の摩擦の基礎と考えられるころがり接触面の摩擦特性を明らかにするとともに、その摩擦機構を解明して、潤滑理論を誘導したものである。

つづいてオニ編ではころがり軸受の潤滑特性について実験的に検討した結果を記述し、得られた結果を基礎としてその摩擦機構を理論的に検討し、ころがり軸受の流体潤滑についての可能性を明らかにするとともにその理論を展開している。

本論文中特に重要な点を記せば、オー編では従来知られていなかった高速におけるころがり摩擦を測定し、その特性を明確ならしめたこと、およびその流体潤滑理論を、非ニュートン流体について、変動荷重を受ける場合について、および三次元の場合についても導き、ころがり接触面の潤滑理論を確立したこと。オニ編において、ころがり軸受の潤滑の機構を明確にしたこと、また、グリース潤滑の場合、変動荷重を受ける場合およびすべりを考慮した場合をも含めてころがり軸受の流体潤滑理論を誘導したこと、などの諸点をあげることができる。



# 第一編 ころがり接触面の摩擦特性 および潤滑理論

## 緒 論

ころがり軸受は転動体と軌道面間のころがり接触によって荷重を支持するものであり、ころがり軸受の潤滑を問題にする場合には、まずころがり接触面の摩擦特性すなわちころがり摩擦の特性を明確ならしめることが必要である。

従来のころがり摩擦に関する研究は僅かに十数編を数えるにすぎず<sup>(1)(2)</sup>、数百編を越える研究によって深く解明されているすべり摩擦<sup>(10)~(13)</sup>に比し、著しくおくられているといわねばならない。しかも従来測定されたころがり摩擦の値はいずれも数  $cm/sec$  を越えない程度の極低速のころがり摩擦であって、實際上より重要と考えられる高速度におけるころがり摩擦については未だ知られていない。

本編ではオ1, 2章においてころがり起動摩擦について検討し、オ3章およびオ5章においてそれぞれ乾燥面および潤滑面における高速度のころがり摩擦を新しく考案した測定方法によって測定し考察を加える。ここで得られたころがり速度の最高は  $50m/s$  である。また、オ4, 5, 6章において、ころがり摩擦の理論が導かれる。

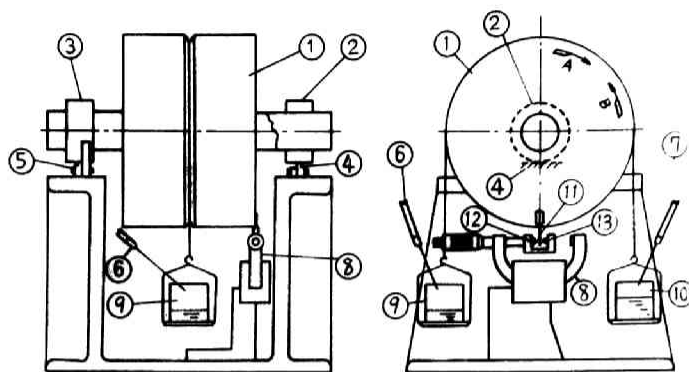


# 第1章 ころがり接触面の起動摩擦特性

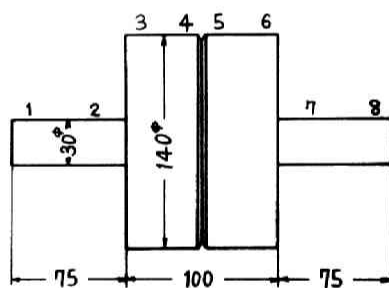
## オ 1 節 緒 言

この章では起動時におけるころがり摩擦の特性を検討する。一般にすべり摩擦においては起動時の抵抗が運動時のそれに比してはるかに大きいことが知られているに対し、ころがり摩擦では両者の区別はあまりないものと云われている。したがって摩擦の小さいころがり摩擦は起動の際特にその特徴を発揮するもので、微小摩擦を必要とする測定機器の軸受は云うに及ばず、重機械の軸受においても大きな起動トルクを減少させることは重要な問題であり、そのためにはころがり起動摩擦の基礎的特性を明確ならしめることがオーの課題と考えられる。

ころがり起動摩擦についてはすでに1949年 *Bikerman*<sup>1)</sup> が傾斜法によって接触面の表面あらさところがり起動摩擦の関係を検討してあらさがころがり起動摩擦の主原因であると述べている。我国においても久田氏<sup>2)</sup> が同様の方法によってころがり起動摩擦の測定を行なうとともに、ころがりはじめの挙動について調べている。また最近 *Tabor*<sup>3)</sup> や *Drutowski*<sup>4)</sup> もころがり速度が  $1/100$  mm/sec 前後の極低速におけるころがり摩擦を測定した結果として、必然的に起動摩擦の値を得ている。しかしこれらの結果は互いに著しく相違しており、ころがり起動摩擦の特性が甚だ複雑なものであることを示している。勿論実験条件が異なっているため、それから得られた結果も相違するのが当然であるが、今後これらの研究に続いて行なわれる研究は、ころがり起動摩擦の機構の解明に向けられるべきであると考えられる。



第 1.1.1 圖



測定位置	1	2	3	4	5	6	7	8
最大偏心率	+0.5	+1.0	+1.0	+1.5	+1.0	+1.0	+0.5	0
重量	12850 g			鋼柱 13.606 cm				

第 1.1.2 圖

本章の実験はかかる観念からオス章で取扱うころがり起動摩擦機構解明のための基礎資料を得る目的のもとに行なったものである。

なお、摩擦は一般に統計的な量であり、ころがり摩擦の量についても多数の測定値を統計的に処理する必要がある。この目的のために、多数の測定を短時間に、しかも正確に行ない得る測定装置を試作して実験を行なった。

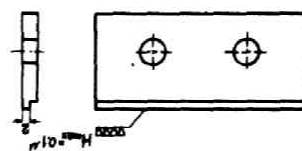
## オス章　ころがり起動摩擦の測定

### (1) 実験装置

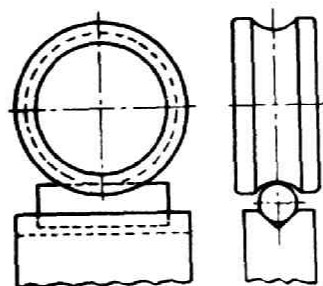
オ1・1・1図に実験装置の主要部が示される。偏心のないよう特別精密に製作されたロータ①の両端にリング②および③を装着し、これをストレートエッジ④および⑤によって支える。この場合リング表面とストレートエッジとの間に形成されるころがり接触面の起動摩擦を測定せんとするもので、ロータ①に重量の等しい二つのビーカー⑨、⑩をつるべ状に釣るし、異なる口径を有する注射針⑥、⑦を通じてビーカー中に注水すれば口径の差に応じて注水重量に差を生じ、したがってロータ①に回転モーメントが加えられる。これがリング表面とストレートエッジ間のころがり起動摩擦モーメント以上になればロータ①が回転するから、その瞬間をロータに装着した電気接点⑪とマイクローメータ⑧に取りつけた電気接点⑫あるいは⑬との接触によって感知せしめ自動的に注水を停止し、その時の注水重量から起動摩擦を算出した。

装置の個々について詳しく記すと、まずロータ①はオ1・1・2図に示される通りで、特に円柱の真円度と偏心を無くすることに留意して製作した。最大偏心量は図中の表に示される実験値によって明らかなごとく非常に小さなもので、しかも測定の際にはその最大偏心位置を最下部において測定するので偏心に原因する





第 1.1.3 图

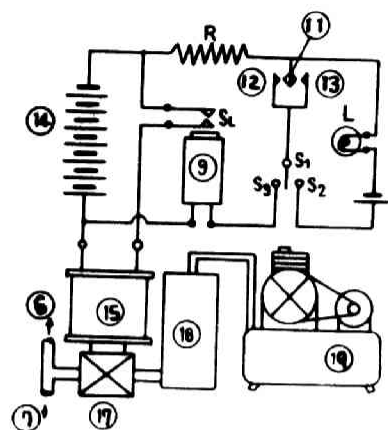


第 1.1.4 图

誤差は無視して差支えない。次にロータの両端に接着するリング  
② および ③ は真円度ならびに内面 外面の軸方向の平行度に  
特に注意して製作し ロータの軸との はめあい は  $+0.5\mu\sim$   
 $+1.0\mu$  である。このリングは直径の異なるもの5種をとノがえ  
て使用し ストレートエッジとの間に形成されるころがりの接触  
面の大きさを变化させ、その及ぼす影響を検討した。ストレート  
エッジはオ 1・1・3 図のごときで 巾  $2\text{mm}$  の接触面は焼入後研削  
ラッピングしたもので表面の性質については後述する。なお こ  
ろがり接触面は上述のリング表面とストレートエッジとで形成さ  
れるものの他にオ 1・1・4 図に示されるようにリングの代りに深溝  
型玉軸受 #6306 の内輪を用い ストレートエッジの代りに円筒  
を使用して、曲面と曲面の接触面におけるころがり起動摩擦も測  
定した。この場合円筒の径を变化せしめることによって大きさの  
異なる種々の接触面を得た。ストレートエッジおよび上述の円筒  
は高度の水平に保つ必要があり 水平に対する勾配を  $1/50,000$  以  
内に保持した。なお これによって生じる誤差およびその補正法  
については後述する。次にビーカ ⑨ および ⑩ は合成樹脂製容  
器であり、両ビーカの重量差は  $0.01\text{g}$  以下である。注射針 ⑥、⑦  
はロータの中心を通る垂線に関して対称に設置され 噴出水の運  
動エネルギーの影響を互いに打消し合うよう作用せしめた。ここ  
で口径の僅かに異なるものを使用したので瞬間的な噴出量には殆  
んど差はなく 噴出エネルギーはほぼ完全に等しく 互いに打消  
し合っているものと考えてよい。一方 両ビーカ中に蓄積される  
注水量は微小な口径差のために、時間とともにしだいに差を生じ、  
それがころがり接触面に起動トルクとして作用する。口径差を十  
分小にすれば、起動トルクの負荷速度を極端に小さくすることが  
可能である。

## (2) 実験方法

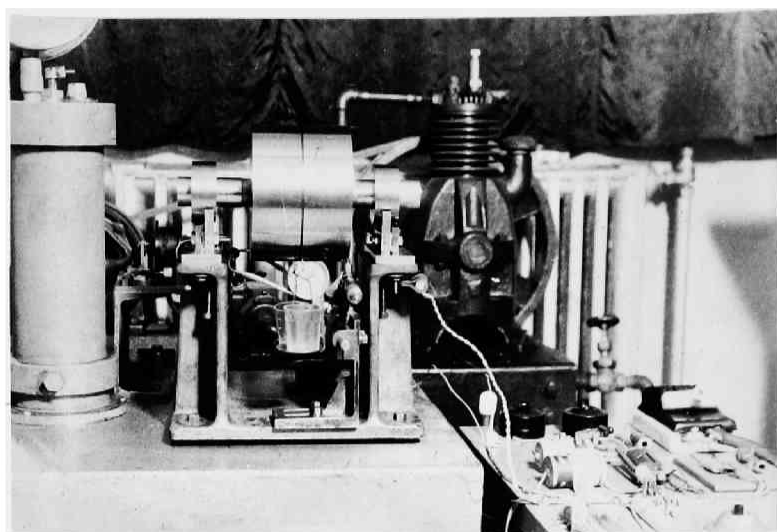
上述のごとく ころがり起動摩擦の測定は注水によって発生す



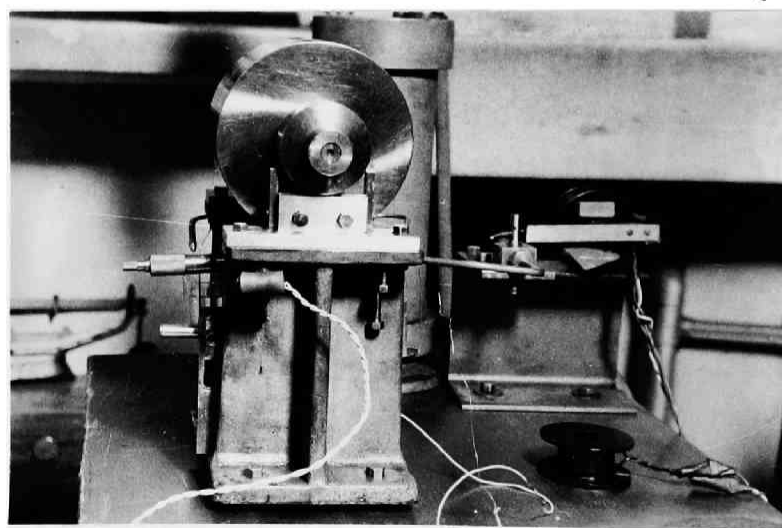
第 1.1.5 图

る回転トルクによってロータが回転をはじめる瞬間を感知し、その時の注水重量を知る必要がある。これを行なうために、オ 1・1・5 図に示される自動測定機構を実験装置に付属させ、正確、迅速且つ連続的な測定を可能ならしめ、統計的に処理すべき多数のデータを得るに便利なようにした。オ 1・1・5 図の説明を兼ねて、測定の手順を記すと、オ 1・1・5 図において最初スイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  を閉じ、マイクロメータ（オ 1・1・1 図参照）の先端を徐々に移動してロータに接した電気接点 ⑪ とマイクロメータに取りつけた接点 ⑫ 或いは ⑬ とを接触せしめる。オ 1・1・5 図で明らかなように、接点⑪が接触していればパイロットランプ L が電池 ⑭ を電源として点灯し、実験者は接点の接触を知る。次に再びマイクロメータの先端を上記の場合と反対方向に徐々に移動し、ランプ L が消灯した瞬間、すなわち接点⑪が離れた瞬間のマイクロメータの目盛を読み、その位置を基準にして、廻りてマイクロメータの先端を移動し、両接点間に極めて微小な規定の間隔（後述）を与える。次にスイッチ  $S_1$ ,  $S_2$  を閉じ、弁 ⑰ を開いてビーカー中に注水を開始する。この水はタンク ⑱ 中に貯えられていたもので圧縮ポンプ ⑲ からの高圧空気によって加圧されており、弁を開くと注射針 ⑥, ⑦ を通って押し出される。注水によるトルクが起動摩擦モーメント以上になってロータが定まった角度だけ回転すると電気接点 ⑪ が ⑫ 或いは ⑬ に接触し、抵抗 R、電池 ⑭、発電機電磁石 ⑮ を含む回路が閉ざされ、発電機 ⑮ が働き、スイッチ  $S_L$  が閉じ、弁 ⑰ に直結する電磁石が作動し、注水を遮断する。このときのビーカー中の注水重量を精密に測定すれば、起動摩擦を得る。

オ 1・1・1 図およびオ 1・1・5 図においてマイクロメータには二個の電気接点 ⑫, ⑬ が装着されているが、これはロータの回転が一方方向にのみ限定された場合に生ずる弊害を避けるためで、オ 1・1・1 図でロータに対して矢印 A の方向に回転させるモーメントを負荷する場合には接点 ⑪ と ⑫ を使用し、⑬ は用いない。こ



第 1.1.6 图



第 1.1.7 图

れに対して 矢印 B の方向に回転モーメントを作用せしめる時には接点 ⑪ と ⑬ が用いられる。実際の測定に際しては A の方向と B の方向の回転を交互に繰返し、その平均をとることによってストレートエッジ ④、⑤ の傾斜に原因する誤差を除去した。オ 1・1・6 図およびオ 1・1・7 図に、測定中の状態を写真によって示す。

### (3) 測定誤差

本実験装置による測定誤差の各々について、以下に検討を加える。

1 ロータの偏心に原因する測定誤差：これについてはすでに述べたごとく ロータの精度は非常に高く その上に偏心位置を最下位において測定したため、モーメントの値として現われる誤差は測定値の 1% 以下である。しかも全測定回数の半数はロータの回転方向を反対にして平均値をとっているのであるから、ロータの工作誤差に基づく測定誤差は問題にならないものと考えてよい。

なお、ロータは電気接点 ⑪ (オ 1・1・1 図) が接着してあるため、これがロータの偏心と同じように作用するが 上述と同じ理由で無視できる程度の数量である。

2 ロータの慣性のための回転おくれに原因する測定誤差：注水による回転モーメントがころがり起動摩擦以上になればロータは回転をはじめめるが、ロータに接着した接点 ⑪ とマイクロメータの接点 (⑫ または ⑬) との間に極めて僅かではあるが空隙が存在するため、ロータが回転をはじめてから両接点と接触するまでに或る程度の時間を消費し その間に注水された水の重量は測定誤差になる。本装置では相当大きなロータを使用しているため この誤差は無視できないもので補正する必要がある。しかしこれを行なうためには起動時のロータの挙動を明確にすることが前提となるため次節において詳しい検討を加える。

3 ストレートエッジの水平度の不完全さに原因する測定誤差：



ストレートエッジの水平に対する傾斜は $1/50,000$ 以内になるよう装着されているので このために生ずる摩擦モーメントの最大誤差 $\Delta M$ はリング径を $D_{0mm}$ とすると  $\Delta M = 0.12850 D (g \cdot cm)$  であらわされ、実験によって得られた測定値（後述）の $10 \sim 20\%$ を占めている。ロータの回転方向を一回毎に反対にしてその平均をとる方法（既述）は上述の誤差を除くにも有効で 測定回数を多くしさえすれば完全に除去し得るものである。

4 注水の噴出エネルギーに原因する測定誤差 この値は正確に算定することはできないが 注水速度を毎分 $0.5g$ 以下におこえ 二つのビーカーに対し 噴出エネルギーによるモーメントが均衡するように注水しているので この原因による誤差は $1\%$ 程度とみなして差支えないものと考ええる。

5 弁機構の作動時間に原因する測定誤差 注水による回転モーメントが起動摩擦モーメント以上に達し、ロータが回転し約 $1.1 \sim 1.5$ 回の往復 (11) と (12) 或いは (13) とが接触してから 継電器 (15) が作動し 弁 (17) によって完全に注水が遮断されるまで 実測によれば約 $0.5$ 秒を要する。この間に余分に注水される水の重量は $0.05g$ 以下であり これによって測定値に影響する誤差は多くとも $1\%$ を越えないものである。

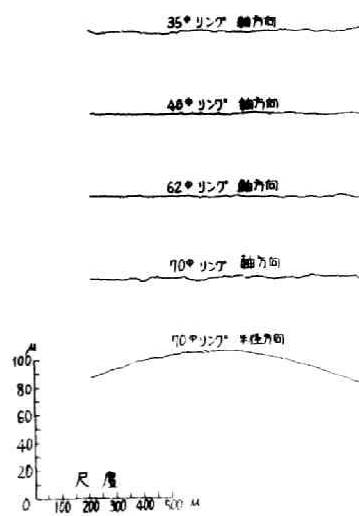
6 摩擦値のばらつきに原因する測定誤差 : 摩擦は本系統計量であるため、その代表値（本論文では算術平均値をとる）の信頼度はばらつきの多少によって決まり 信頼度を高めるには測定回数を多くする必要がある。

Student<sup>(14)</sup> のなる量は

$$t = \frac{|\bar{x} - m|}{\sigma} \sqrt{n} \quad \text{----- (10/10)}$$

で表わされる。ここで $m$ は真の平均値の存在範囲を示す量  $\bar{x}$ は測定値の平均値  $\sigma$ は標準偏差  $n$ は測定回数  $t$ は $t$ 分布表より求められる値である 上式は





第 1.1.8 図

$$m = \bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} t \quad \cdots \cdots \cdots (1.1.2)$$

或いは

$$n = \frac{\sigma^2}{(\bar{x} - m)^2} t^2 \quad \cdots \cdots \cdots (1.1.3)$$

本実験ではばらつきによる誤差は5%以内になることが信頼度95% (危険率5%)で言い得るように測定回数を決定した。

#### (4) 実験条件

実験に使用したリングは巾25mm 内径30mm で外径並びに重量は下記の表に示すとおりである。

オ 1.1.1 表 リング寸法および表面あらさ

リング外径(mm)	35	38	46	54	62	70
重 量(g.)	49.7	83.3	187.2	308.1	450.5	612.3
あらさ( $H_{max}$ )( $\mu$ )	2	1.8	2	2	2	2.5

またリング表面は研削のままであり、触針式仕上面あらさ測定機による写真をオ 1.1.8 図に示す。

リングに対する他の接触面 すなわちストレートエッジの表面は焼入研磨後ラッピングをほどこしてあり その仕上面は  $H_{max}$   $0.3\mu$  以下である。

さきに曲面と曲面の接触の場合として リングの代りに玉軸受の内輪を ストレートエッジの代りにV溝中に支持された円筒を使用したことを述べたが(オ 1.1.4 図参照) この場合の表面あらさは 軸受内輪は  $0.5\mu$  以下 円筒は  $2\mu$  前後でありリングの場合と同じである。すなわちこの場合も表面あらさに関する限り



相対的にはリングとストレートエッジの場合と同様と見てよい。

次に接触面の大きさおよび最大圧について 下記の表に示す。  
この場合接触面に負荷される荷重はロータ重量にリング重量または玉軸受内輪重量を加えたものを用いビーカおよび水の重量は無視した。

オ 1.1.2 表 接触面の巾および最大圧力 (円筒と平面の接触)

リング径 (mm)	38	46	54	62	70
接触面の巾 (mm)	0.144	0.159	0.171	0.183	0.195
最大圧力 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	16.61	17.59	18.86	20.46	22.41

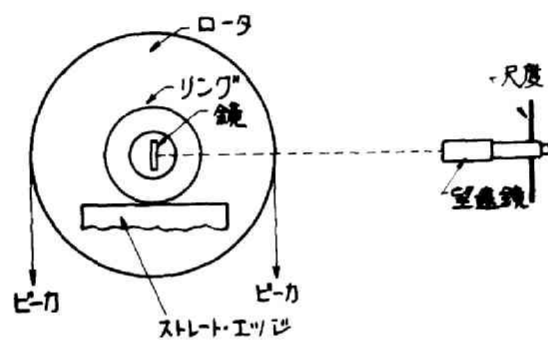
オ 1.1.3 表 接触面の巾および最大圧力 (對面と曲面の接触)

円筒径 (mm)	9.36	10.28	11.0	11.36	11.78	11.93
円筒半径/内輪溝曲率半径	0.77	0.85	0.91	0.94	0.97	0.99
接触楕円の長径 (mm)	0.021	0.0236	0.0354	0.0435	0.0612	0.0782
接触楕円の短径 (mm)	0.021	0.0195	0.0172	0.0156	0.0135	0.0117
最大圧力 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	69.58	68.40	50.72	45.74	38.57	33.62

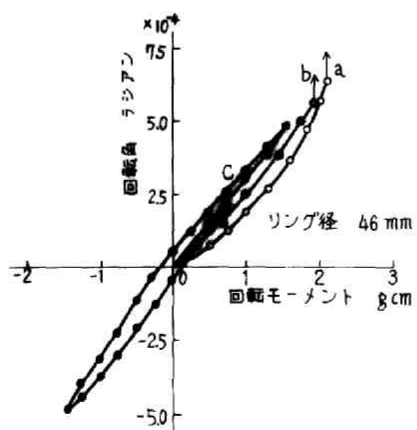
接触面の潤滑状態は乾燥 #60スピンドル油潤滑 #90タービン油潤滑の3種で 両潤滑油の特性を下表に示す。

オ 1.1.4 表 潤滑油特性表

潤滑油	温度		比重 (15°C)
	粘度	C.S.t	
#60スピンドル油	38°C	99°C	0.8755
#90タービン油	10.91	2.65	0.8676
	33.79	5.34	



第 1.1.9 図



第 1.1.10 図

実験の際には まずベンジンで十分洗滌後乾燥した状態で測定を行なう。これをもって乾燥状態としたのであるが 空気中の湿分の凝縮などのために完全な乾燥状態とは言い難い。したがって以下この状態を（潤滑油なし）として示すことにする。次に潤滑は上述の状態で測定完了後、ロータおよび接触面の位置を変化させないように注意して側面より潤滑油を注入して行なった。したがって潤滑以外の他の条件の変化はないものと考えてよい。

### オ 3 節 ころがりはじめの挙動

一般に摩擦面の動きはじめの挙動は、これを微視的にみるとききわめて複雑な性質を示すものである。特にころがり接触面においてはその動きはじめを明確に出来ないと言う報告も提出されている。起動摩擦そのものの定義を明らかにする上においても またロータの慣性モーメントによる誤差を補正する必要上からもこの点を検討する必要がある。次の方法によってこれを測定した。オ 1・1・9 図に示されるように、ロータの一端に 鏡をその面が軸の中心線を含むように取り付け ビーカ中に微量の注水を階段的に行ない ロータの回転角を光テコ法によって測定した。オ 1・1・10 図は 46mm 径のリングについてこの結果を示したもので 横軸および縦軸の正負は互いに反対方向であることを意味し a, b は同方向にのみ回転モーメントを加えた場合であり c は途中で反対方向のモーメントを加え ヒステリシスループ\*を描かせたものである。図において明らかなように、回転モーメントを僅かでも負荷すれば ロータは回転をはじめ 回転モーメントの増大に應じて回転角はほぼ比例的に増大し 図の矢印で示した点に至って平衡状態が破れ 同じ回転モーメントのままでも回転を続けるようになる。矢印の位置に達しないうちに回転モーメントを減少せしめると 図中の c のように僅かなヒステリシス損失を伴って元の位置に戻る運動を行ない これを繰返すと図のようなヒステ



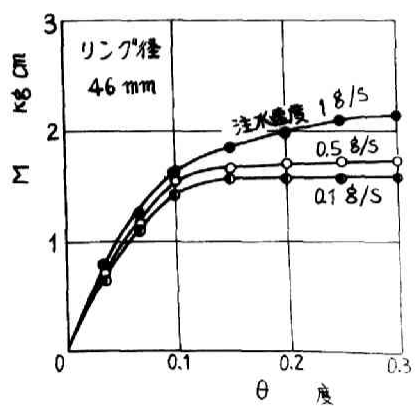
リシスループを描く。

このことは、ころがり起動摩擦に偏歪の影響があることを意味するものであるから、測定の際には測定前の状態を規定しておく必要がある。後述する実験結果において 順回転、逆回転として示したものはこれを意味するもので、順回転とは測定前の回転方向と同じ方向に回転せしめんとするモーメントを加えた場合であり、逆回転とは反対方向に回転せしめんとするモーメントを加えた場合である。すなわちオ 1・1・1 図において矢印 A の方向にロータを回転させて後、一旦停止させ 同じ A の方向に回転せしめるようなモーメントを注水によって生ぜしめる場合が順回転であり、これと逆に B の方向に回転するモーメントを負荷する場合が逆回転である。

ころがり起動摩擦の定義としてはオ 1・1・10 図の矢印で示した部分の回転モーメントの値すなわち回転モーメントを増加しなくとも連続して回転する最小の回転モーメントをもって起動摩擦モーメントとするのが最も妥当である。

本実験装置ではロータの慣性が存在するため上記の意味での厳密なころがり起動摩擦の値を見出すためには注水時間を無限大にしなければならないわけで、實際上不可能な事である。したがって慣性の影響を補正するために次の策を理論的検討を行なう。いまロータの軸まわりの慣性モーメントを  $I$ 、ロータの質量を  $m$ 、ロータの回転角を  $\theta$ 、連続して回転をはじめるときの回転角を  $\theta_0$ 、単位時間の注水重量（二つのピーカの注水重量の差）を  $w$ 、ロータ半径を  $R$ 、リングの外半径を  $r$ 、起動摩擦モーメントを  $M_s$ 、回転中の運動摩擦モーメントを  $M_R$ 、リングとストレートエッジの間に作用する接線力を  $f$ 、連続して回転をはじめて後の経過時間を、回転中におけるロータの水平方向への移動距離を  $l$  とすれば、回転モーメントが起動摩擦以上になって連続的に回転をはじめて後のロータの運動の状態は次のように規定される。重心の運動方程式は、





第 1. 1. 11 図

$$m \frac{d^2 l}{dt^2} = f \quad \text{----- (1.1.4)}$$

重心のまわりの回転の運動方程式は

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_S - M_R + \omega t R - f r \quad \text{----- (1.1.5)}$$

この式に  $l = r \theta$  を考慮すれば

$$(I + m r^2) \frac{d^2 \theta}{dt^2} = M_S - M_R + \omega t R \quad \text{----- (1.1.6)}$$

積分して

$$(I + m r^2) \frac{d\theta}{dt} = (M_S - M_R)t + \omega R \frac{t^2}{2} + C_1 \quad \text{----- (1.1.7)}$$

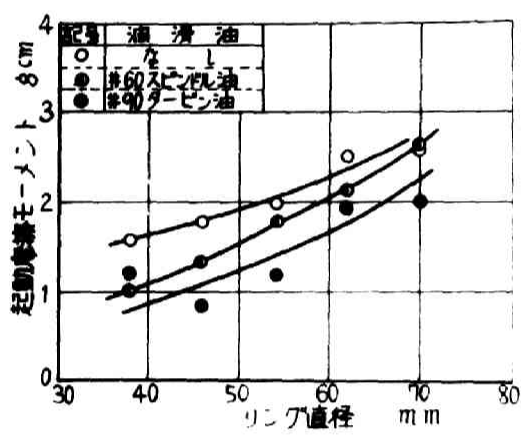
$$(I + m r^2) \theta = (M_S - M_R) \frac{t^2}{2} + \omega R \frac{t^3}{6} + C_1 t + C_2 \quad \text{--- (1.1.8)}$$

$t = 0$  のとき,  $\theta = \theta_0$ ,  $d\theta/dt = d\theta_0/dt$  なる故

$$(I + m r^2)(\theta - \theta_0) = (M_S - M_R) \frac{t^2}{2} + \omega R \frac{t^3}{6} + (I + m r^2) t \frac{d\theta_0}{dt}$$

----- (1.1.9)

一方 ロータに接着した電気接点 ⑪ とマイクロメータの先端 ⑫ 或いは ⑬ の間隔を変化させ  $\theta$  とそれに対応する摩擦の測定値  $M$  との関係を実験した結果は 図 1.1.11 のようであり注水速度  $0.5 \text{ g/sec.}$  以下においては  $\theta > 0.1$  (度) 以上においてはほぼ一定値をとっている。図では  $\theta_0 \approx 0.1$  と見做せるから、 $\theta > \theta_0$  において  $(\theta - \theta_0)$  が相当大きくなっても図の曲線がほぼ水平に近いことは経過時間  $t$  が非常に僅少であることを意味するものである。(1.1.9) 式において左辺の  $(\theta - \theta_0)$  が大きくなった場合、右辺が  $t \approx 0$  のもとで左辺に対応する値を持つためには



第 1.1.12 図

$d\theta_0/dt$  が相当大きな値を持たなければならない。すなわち、このことは注水速度を  $0.5 \text{ g}$  以下にすればロータの回転おくれに原因する誤差はほとんど皆無になることを意味するものである。オ 1・1・11 図の微小回転角の部分で測定値が小さいのは、ロータの回転おくれによるものではなくて、起動摩擦以下の回転モーメントによっても初期回転が起る現象のためと考えられる。本実験においては注水速度を  $0.5 \text{ g/sec}$  以下におさえ、電気接点間隔は  $\theta$  に対する  $M$  の値の変化がほとんどないような部分の値をとった。図の  $\phi 6 \text{ mm}$  径のリングの場合には  $\theta = 0.2$  度とした。

#### オ 4 節 ころがり起動摩擦の特性

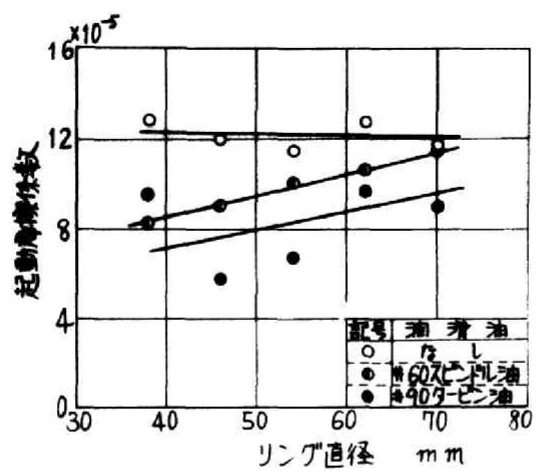
##### (1) 実験結果

下記のオ 1・1・5 表は測定された摩擦モーメントの平均値であり、これを図示したものが オ 1・1・12 図である。

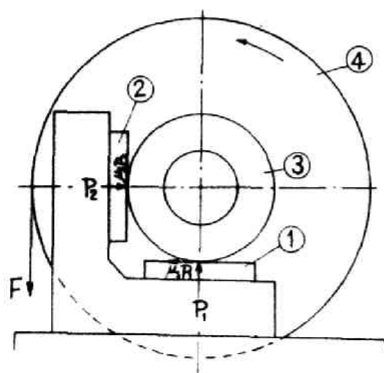
オ 1・1・5 表 ころがり起動摩擦モーメント

潤滑剤 \ リング径 (mm)	70	62	54	46	38
なし	2.62	2.52	2.00	1.77	1.57
#60 スピンドル油	2.64	2.12	1.77	1.31	1.01
#90 テーベン油	2.01	1.94	1.18	0.84	1.18

なお、以下は特にことわらない限り順回転の場合を記す。図において明確な突はリング直径の増加とともに、ころがり起動摩擦も増加すること、潤滑によって摩擦は低減されること、高粘度油は摩擦を低くせしめること、などである。但し、最後の粘度による差は単に2種の潤滑油について実験したのみであるため断定することはできない。これらの摩擦特性の機構についてはオ 2 章で検討するが、ここで特に興味ある突は潤滑の有無による摩擦の増減が



第 1.1.13 図



第 1.1.14 図

オ5章で述べる高速におけるころがり摩擦の場合と逆になっている  
 る点である。すなわち、一般にころがり摩擦は潤滑によって、変  
 化しないか 増加するかのどちらかで減少することは少ないと云  
 われているが<sup>23)</sup> 起動摩擦の場合はやはり潤滑によってころがり  
 摩擦は減少することが示されている。

次にころがり起動摩擦の大きさを一般的な値として知るために  
 次式によってあらわされるころがり摩擦係数 $\mu$ を計算するとオ1  
 1・13 図のようになる。

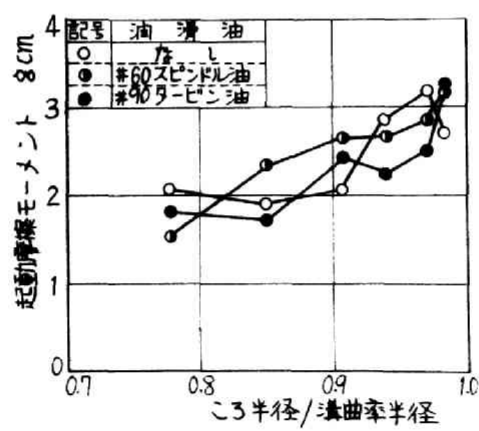
$$\mu = \frac{M_s}{rmg} \quad (1.1.10)$$

図から明らかなように摩擦係数の値は $10^{-5} \sim 10^{-4}$ の間にありと考  
 えてよい。

この値を全く同じ条件下でのすべり起動摩擦係数と比較するた  
 めにオ1・1・14 図に示したように同じロータ リングおよびスト  
 レートエッジを用いてすべり摩擦を測定した。図において互に直  
 交するように置かれたストレートエッジ① および② によって  
 リング③ を支持し ロータ④ を矢印の向きに回転させるべく  
 カFを図の向きに加えた。測定方法はころがり起動摩擦の測定  
 の場合と同様であるが ビーカに注入する水の代りに水銀を用いて  
 負荷モーメントを大きくした。

この場合接触面においてリング表面に作用する力は図中に記し  
 たように接触面に垂直な力 $P_1, P_2$  とすべり摩擦力によって生ず  
 る接触面に平行な力 $\mu_s P_1, \mu_s P_2$ とである。ここで $\mu_s$  はすべり  
 起動摩擦係数であり これらの力の間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \mu_s P_2 + P_1 &= mg \\ P_2 &= \mu_s P_1 \\ \mu_s (P_1 + P_2) &= M_{(s)} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1.1.11)}$$



第 1.1.15 図

ここで  $mg$  はロータの重量 (リングの重量も含む)  $M(s)$  はすべり起動摩擦モーメントである。上式より  $P_1$ ,  $P_2$  を消去し  $\mu_s$  を求めると

$$\mu_s = \frac{\sqrt{1 + 4 \frac{M(s)}{rmg} \left(1 - \frac{M(s)}{rmg}\right)} - 1}{2 \left(1 - \frac{M(s)}{rmg}\right)} \quad \dots\dots\dots (1.1.12)$$

測定の結果は次 1.1.6 表に示す。

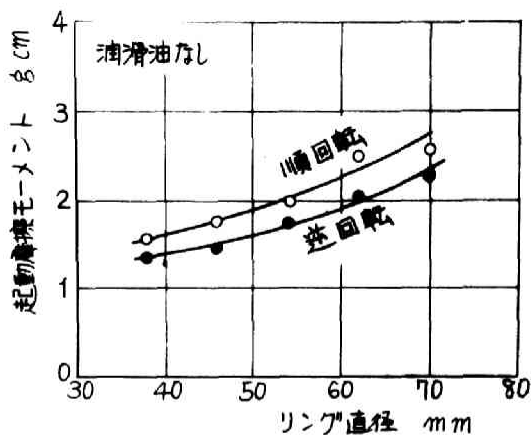
表 1.1.6 表 すべり起動摩擦係数

潤滑	0.217
#60 スピンドル油潤滑	0.127
#90 タービン油潤滑	0.111

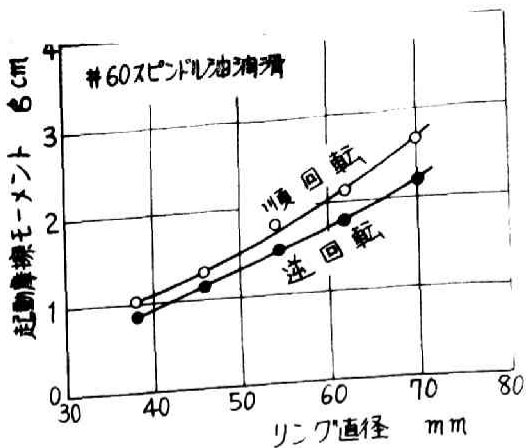
※ 1.1.13 図と比較すれば明らかなように ころがり起動摩擦はすべり起動摩擦の約  $1/1000$  になる。

以上はリングとストレートエツジすなわち二次元の接触面における起動摩擦の実験結果であるが、次に3次元曲面のころがり起動摩擦について記述する。実験装置および方法についてはすでに2節に述べたとおりであり 得られた結果は表 1.1.15 図に摩擦モーメントおよび摩擦係数として示す。図の横軸はころ半径と溝曲率半径との比をもつて示した。ころおよび溝は表 1.1.4 図に示される円筒ところがり軸受内輪の溝とを意味し 表 1.1.3 表のごとく両者の比が1に近づくに従って接触面積は大きくなり 接触面の差動すべりも増加するが (差動すべりの解析は2章で行なう) 接触面の圧力は逆に減少する。表 1.1.15 図にはころ半径と溝曲率半径の比が1に近くなるほど摩擦も増加することが明らかにされているが、そのばらつきは二次元の接触面の場合に

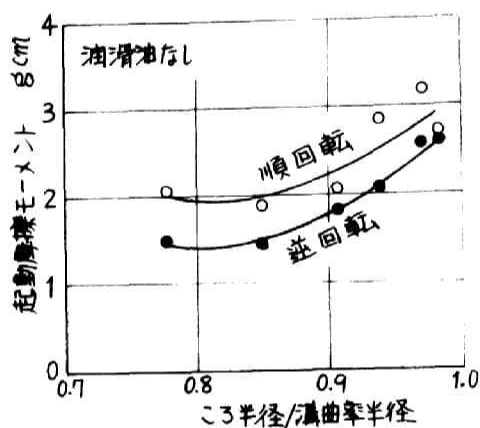




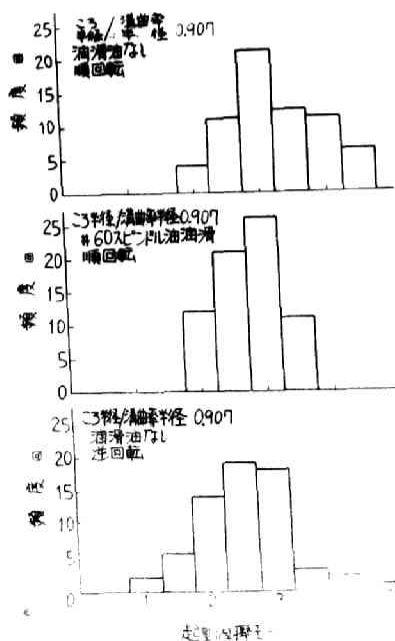
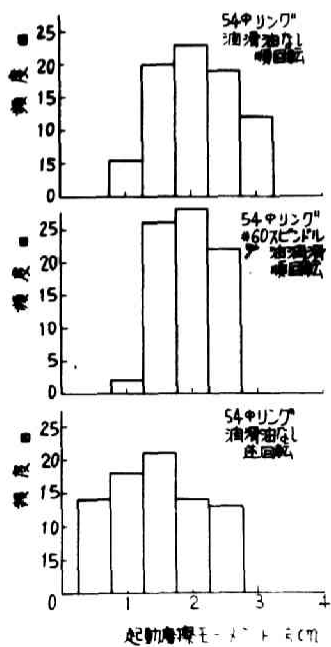
第 1.1.16 図



第 1.1.17 図



第 1.1.18 図



第 1.1.19 図

比し著しく大きく、潤滑油による相違など明らかではない。また、2次元接触の場合と比較すればころの半径と溝曲率半径の比が小さい部分では2次元の場合とほぼ一致し、比の値が大きい部分では3次元の場合が2次元の場合より大きな摩擦を生ずることがわかる。

次にオ3節で述べた順回転、逆回転の相違について述べる。すなわち以上に明らかにした実験結果はいずれも順回転の場合であったが、オ1・1・16図に2次元接触、潤滑油なしの場合について順逆両回転の場合の比較を示す。すなわち逆回転の際のころがり起動摩擦は順回転のそれに比し10～20%小さい値をとる。オ1・1・17図の#60スピンドル油潤滑の場合、オ1・1・18図の3次元接触の場合にも同様な結果が得られている。

## (2) 統計的性質

摩擦は一般に大きなばらつきを有する統計量であると云われ、すべり摩擦に関してはその統計的性質についても詳しい実験が報告されている<sup>(5)</sup>。ころがり摩擦はその機構がすべり摩擦とは異なっていると考えられるから、その機構を解析する上にも統計的性質の検討をしておく必要がある。ばらつきの分布状態を柱状グラフとして示すとオ1・1・19図およびオ1・1・20図のようになる。ただしこれは接触点の位置を変えずに連続的に測定した実験結果のばらつきである。

オ1・1・19図およびオ1・1・20図はそれぞれ2次元および3次元接触の場合についてばらつきの一例を示したもので両図に見られる特徴として次の諸点をあげることができる。(1)ころがり起動摩擦は明らかに統計量である。(2)分布状態はほぼ正規分布とみなして差支えない。(3)潤滑すればばらつきは少なくなる。(4)逆回転の場合は順回転の場合に比し、大きくばらつく。(5)3次元接触の場合が2次元のそれよりばらつきが大きい。これらの性質は他のリング或いはころ半径と溝曲率半径の比の異なる



るものについても同様である。

以上は接触点の位置は不変のまま、すなわち同じ接触位置で得られたばらつきであったが、接触位置を変えれば摩擦の値に変化を生ずる可能性もある。オ 1・1・7 表は接触位置を任意の数個所に变化させて各 75 回ずつ測定して得た平均値を示すものである。

オ 1・1・7 表 接触位置の影響

ころがり 起動摩擦モーメント 接触位置	A	B	C	D	E
2次元接触(46中リング)	3.53	3.44	3.60	3.58	3.40

(註) A, B ~ E は順に約 1mm 間隔にとった。

いずれも潤滑しない場合である。

単位は  $g \cdot cm$ 。

表によれば接触位置の影響は 5% 以内であることがわかる。したがってオ 1・1・19 図、オ 1・1・20 図のばらつきには接触位置や取付状態などに原因するばらつきではなく、摩擦の機構そのものに関係するばらつきである。これについてはオ 2 章で検討する。

## オ 5 節 結 言

以上本章においては、精度を十分吟味した測定装置によってころがり起動摩擦を測定し、その特性を明らかにした。得られた結論を列記すれば次の様である。

(1) ころがり接触面に回転モーメントを負荷する場合、その負荷が起動摩擦モーメント以下であっても、接触面にはごく微小な回転が生じる。負荷を増加すればこの回転角も増大し、負荷が起動摩擦モーメント以上になれば接触面には連続的な回転が生ずる。逆に云えば連続して回転せしめるごとき最小の回転モーメントをもってころがり起動摩擦と名づけた。



(2) 円筒と平面の接触面におけるころがり起動摩擦は円筒の径にほぼ比例的に増大する。すなわち、一般に回転方向に平行な接触楕円の径が大きいほどころがり起動摩擦モーメントも大きいと考えてよい。

(3) 3次元曲面同志の接触の場合には差動すべりの影響が存在するが、差動すべりが特に大きくないかぎりその影響は小さい。

(4) ころがり起動摩擦係数は一般に  $10^{-4}$  前後である。

(5) 潤滑によって摩擦係数は僅少ではあるが減少する。

(6) ころがり起動摩擦は摩擦測定前の接触面の回転状態に関する履歴に影響される。

(7) ころがり起動摩擦は大きなばらつきを有する統計量である。



## 第2章 ころがり接触面の起動摩擦理論

### オ 1 節 前 言

本章ではオ1章で明らかにされた摩擦特性を基礎として ころがり起動摩擦の機構について理論的解析を試みる。すなわち、ころがり摩擦の機構については従来多くの説が提出されているが、いずれも推定の域を超えず 特に起動摩擦についての明確な説明を行なった文献は全く見当らない。しかもころがり起動摩擦はその値が微小なため測定が困難であり、更に大きなばらつきを有する統計量であるため 多くの場合について実験を行なうことは不可能であるから、普遍的なころがり起動摩擦特性を知るには摩擦機構の解明によらざるを得ない。

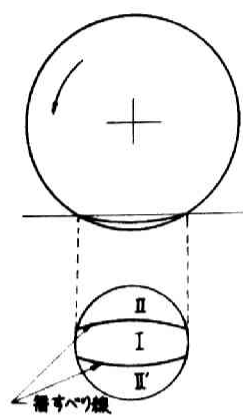
本章ではまず、従来の低速度におけるころがり摩擦に関して報告された摩擦機構の諸仮説がころがり起動摩擦の場合に適合するかどうかを検討し それらの不十分な点を補うとともに 新しい機構を提出して、その理論を展開し 実験結果と比較検討する。

### オ 2 節 ころがり起動摩擦機構の解析

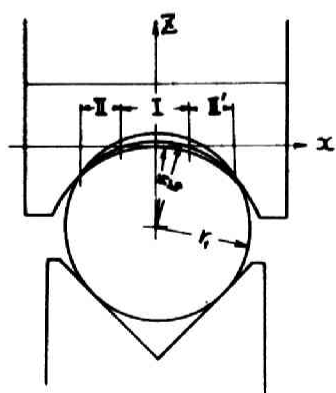
#### (1) 従来の諸説の検討

ころがり摩擦の機構については差動すべり説<sup>8)</sup> 凝着説<sup>5) 7)</sup> 塑性変形説<sup>9)</sup> 弾性ヒステリシス損失説<sup>3)</sup> めらさ説<sup>1) 6)</sup> の5種類がある。この他にも接触楕円の面積の  $\frac{3}{2}$  乗に比例するとする説<sup>2)</sup> 接触楕円の短径に比例するとする説 などあるが 実験式的なもので機構としての仮説ではないので 前述の5種類のみを検討す





第 1.2.1 図



第 1.2.2 図

る。

(a) 差動すべり説による検討 : 1876年 O. Reynolds がころがり摩擦の機構として 接触部におけるすべり摩擦に原因があるとの説を発表している。すべりとは接触部において必然的に発生する差動的なすべりを意味し、例えば球が平面上を転動する場合にはオ1.2.1図のように接触面は2個の無すべり線(この線上のみすべりが生じない)によって3個の領域に分けられ、ⅠとⅡⅡ'ではすべりの方向が反対となり、球の回転を妨げる方向のモーメントを形成する。

オ1章に述べた曲面同志の接触面には上記の差動すべりが顕著にあらわれる筈であるから、この値を理論的に計算し 実験結果と比較することによって差動すべりの影響を検討することが可能である。オ1.2.2図でV溝で支えられた円筒上を玉軸受内輪がころがる状態を示す。円筒半径は  $r_1$ , 内輪溝半径は  $r_2$ , であるが、両者の接触の際の弾性変形によって、いずれも半径  $r_0$  の曲率に変化したものとする。図のⅠおよびⅡ, Ⅱ'はさきに述べたすべりの二つの領域である。その境界線上にある瞬間中心軸をZ軸としこれに直交し接触点の中央を通り紙面に平行な直線をY軸 垂直な直線をX軸とする。接触面のうちX-Y面より上部にある部分Ⅰと下部にある部分ⅡおよびⅡ'とは互いにすべり方向が逆になるからZ軸を瞬間中心として回転する場合 それをさまたげるモーメントを形成する。いま接触面に働く圧力を  $p$  すべり摩擦係数を  $\mu_s$  とすれば、上述のモーメント  $M$  は次式であらわされる。

$$M = \iint \mu_s p Z_0 dx dy \quad \text{----- (1.2.1)}$$

ここで  $Z_0$  は曲率半径  $r_0$  なる接触面のZ座標であり 積分は接触面の全領域に渡り 領域ⅠとⅡ, Ⅱ'では符号を逆にする必要がある。  $p$  は Hertz の圧力分布を仮定することによって、



$$p = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad \dots\dots (1.2.2)$$

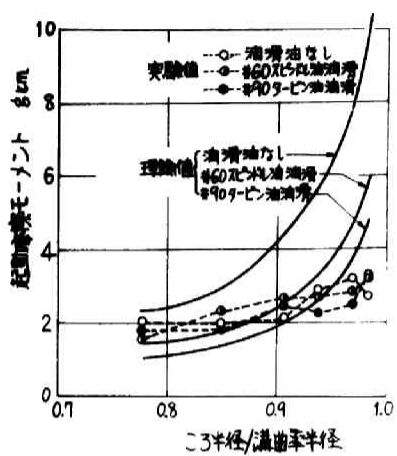
$a$  は接触楕円の長半径 短半径であり  $a$  は  $x$  軸上にある。  
 $P$  は全圧力で荷重に相当する。次に  $Z_0$  は

$$Z_0 = \sqrt{r_0^2 - a_0^2} - \sqrt{r_0^2 - x^2} \quad \dots\dots (1.2.3)$$

ここで  $a_0$  は領域 I, II の境界線の  $x$  軸との交点の座標である。  
 (1.2.2) および (1.2.3) 式を (1.2.1) 式に代入して計算すれば

$$\begin{aligned} M &= 6 \frac{\mu_s P}{\pi ab} \left\{ \int_0^a dx \int_0^{\frac{b}{2} \sqrt{a^2 - x^2}} (\sqrt{r_0^2 - x^2} - \sqrt{r_0^2 - a_0^2}) \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dy \right. \\ &\quad \left. + \int_{a_0}^a dx \int_0^{\frac{b}{2} \sqrt{a^2 - x^2}} (\sqrt{r_0^2 - a_0^2} - \sqrt{r_0^2 - x^2}) \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dy \right\} \\ &= \frac{3}{2} \frac{\mu_s P}{a^3} \left\{ \left( \frac{a_0^3}{6} + \frac{a_0 r_0^2}{4} - a_0 a^2 + \frac{2}{3} a^3 \right) \sqrt{r_0^2 - a_0^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{a}{4} \left( a^2 - \frac{r_0^2}{2} \right) \sqrt{r_0^2 - a^2} - r_0^2 \left( a^2 + \frac{r_0^2}{4} \right) \left( \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{a}{r_0} - \sin^{-1} \frac{a_0}{r_0} \right) \right\} \\ &\quad \dots\dots (1.2.4) \end{aligned}$$

上式で  $a$  はオ 1.1.3 表に示された通りであり  $r_0$  も清およびこの材質が同じであるから 同じ弾性変形をしているものとして容易に求まるが  $a_0$  については次のようにして導く必要がある。すなわち (1.2.4) 式で  $M$  は  $a_0$  の函数とみなされ  $M$  を最小にするような  $a_0$  を導けばそれが求める  $a_0$  および  $M$  の値となる。



第 1.2.3 図

これは  $r_0/a \gg 1$  なる条件で  $q/a_0 = 0.3743$  になる。したがって

$$M = \frac{3}{2} \mu_s p a \left[ (0.08681 \frac{r_0^2}{a^2} + 0.3264) \sqrt{\frac{r_0^2}{a^2} - 0.1206} \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \left( 1 - \frac{r_0^2}{2a^2} \right) \sqrt{\frac{r_0^2}{a^2} - 1} - \frac{r^2}{a^2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{4a^2} \right) \left\{ \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{a}{r_0} - \sin^{-1} (0.3743 \frac{a}{r_0}) \right\} \right] \\ \dots \dots \dots (1.2.5)$$

$\mu_s$  にはオ 1.1.6 表の値を用い、これを計算して図示したものがオ 1.2.3 図で、同図には比較のため実験値をも同時に示した。理論値と実験値はころ半径と溝曲率半径の比が 1 に近い場合を除いて、絶対値についてはほぼ等しい値をとるが、その定性的特性については一致していない。すなわち理論ではころ半径、溝曲率半径の比が 1 に近くなれば著しく摩擦は着大するが、実験値にはそのような傾向はほとんど見られない。また理論値にあらわれる潤滑の有無による大きな相違も実験値にはあらわれていない。これらの異は差動すべりが必ずしもころがり摩擦の主原因にはなっていないことを示すものであるが、これを更に裏づけるものとして円筒とストレートエッジ間のころがり起動摩擦の実験値を考慮すべきである。すなわちこの場合も差動すべりは存在するが、3次元曲面同志の接触の場合に比して問題にならない程度に微小であり差動すべりがころがり起動摩擦に支配的であれば円筒とストレートエッジ間の摩擦は曲面同志の場合よりもはるかに小さくならねばならない。しかるにオ 1.1.12 図およびオ 1.1.15 図と比較して明らかかなように両者の差異は僅少である。Tomlinson<sup>5)</sup>もこれと同様な異について差動すべり説に対して反駁意見を述べており、起動摩擦ではないが、低速でのころがり摩擦の実験で同一直径の 2 個の円筒を互いに平行に接触せしめて転動する場合を考えると両

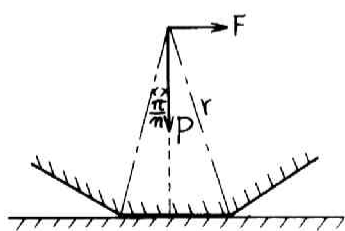


者の接触部で滑りは起らないにもかかわらず円筒と平面の組み合わせの場合に比しころがり摩擦はさほど小さくならないから 差動すべりはころがり摩擦の主原因でないと論じている。結局 ころがり起動摩擦に対する差動すべりの影響は余り問題にしないで良いと考えるべきである。さきに述べたすべりの理論自体に誤りはないが これは瞬間中心矢以外は全てすべるとして導いた理論であり、何らかの理由ですべり量が少なくなればこの理論は成立しない。このようなすべり量を少なくする原因として接触面の弾性変形があげられる。すなわち兩接触面の相対すべり距離は非常に僅少で 本実験の場合回転モーメントが起動摩擦モーメントに達するまでに回転する回転角(才) 1/11 (図参照) に対するすべり距離は最高のもので  $10^{-6} \text{ mm}$  を越えない程度であり 弾性変形による変位のみでこれに応じ得る可能性は十分ある。結局 弾性限に達して全面的すべりに移る程度以前にすでに回転モーメントは起動摩擦に達して接触面は回転を始めていると考えるのが最も妥当である。

以上の検討により差動すべりはころがり起動摩擦の主原因でないことが明らかにされたので 更に他の諸説について検討を加える。但し 接触面積或いは接触面荷動が著しく大きい場合にはすべりの影響も相当存在することが予想されるが、ここでは問題にしない。

(b) 凝着説による検討 : 面と面とが分子間引力の作用する範囲まで接近すれば 接触面には凝着力が作用する。すべり摩擦はこの凝着力が主原因であるとされており ころがり摩擦にもこの力が大きく関係することは容易に予想され、すでに1929年 Tomlinson<sup>5)</sup> が Vanderwaals 引力から理論的な検討を行なっている。しかしころがり摩擦に対する凝着力の作用は所謂垂直摩擦における凝着力の作用と同じものであり 垂直摩擦力そのものがほとんど測定不可能な程度に微小なものであるから これから推論すれば ころがり起動摩擦は実測値よりはるかに小さな値に





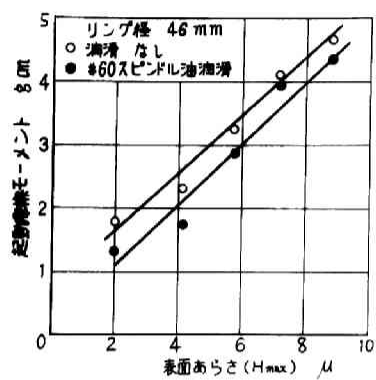
第 1.2.4 图

なる。またオ1章の実験で認められた始動時の微小回転の存在を凝着説から説明することは困難である。結局 凝着がころがり起動摩擦の主原因と考えることはできない。

(c) 塑性変形説による検討 : 転動する際、接触面に塑性変形が生ずれば これは不可逆変化であるから 塑性変形に要したエネルギーはころがり摩擦によって失われるエネルギーになる。したがって、塑性変形の生ずるような高荷重下ではこの仮説が妥当であり *Taber*<sup>3)</sup> *久田*<sup>2)</sup>等によってそのことが確かめられている。しかし 本実験の場合は明らかに弾性限内での接触であり塑性変形はほとんど問題にしないで良いと考えることができる。前記 *Taber*、*久田*等も塑性変形領域と弾性変形領域とでは明らかにころがり摩擦特性に相違のあることを述べており弾性限内のころがり摩擦には塑性変形の影響はないものと考えて良い。

(d) 弾性ヒステリシス損失説による検討 : これは *Taber*<sup>3)</sup>が提唱し現在非常に有力視されている仮説である。しかし この仮説はゴムのように変化が大きく したがって内部摩擦の大きい材質のころがり摩擦には適用できるが、硬い金属ではこの仮説の適用について確認されていない。特にこの仮説の弱点は摩擦のばらつきを説明することができない点にある。すなわち弾性ヒステリシス損失は弾性変形量に比例すべきもので 一定条件下の実験において弾性変形量はほとんど一定と考えて良いから オ1・1・19図 オ1・1・20図にみられるような大きなばらつきは生じ得ないものである。ころがり起動摩擦が大きなばらつきをもつ統計量であることは接触表面に原因がなければならない。

(e) あらさ説による検討 : ころがり起動摩擦にあらさが影響することはすでに *Bikerman*<sup>1)</sup>が確認している。また 栗栖寺 曾田等<sup>6)</sup>はころがり摩擦に及ぼすあらさの影響をオ1・2・4図のごとき多面体が平面上を転動する場合について理論的に検討し 起動摩擦として次の(1.2.6)式、運動摩擦として(1.2.7)式を得ている。



第 1.2.5 図

$$M_s = (\pi/n) Pr \quad \text{-----} \quad (1.2.6)$$

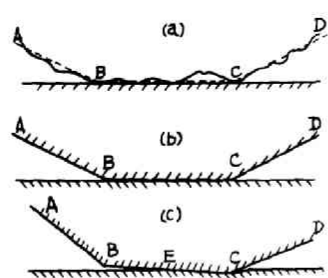
$$M_k = \left\{ \pi/(4n) \right\} Pr \quad \text{-----} \quad (1.2.7)$$

ここで  $M_s$ ,  $M_k$  はそれぞれ起動および運動摩擦モーメントであり  $n$  は多角形の辺数  $P$  は荷重  $r$  は多角形の頂点から中心までの距離である。

オ1章の実験ではあらさについての検討は行なっていないので、改めて これを実験した結果をオ1.2.5図に示す。図の横軸に示した表面あらさは46mmφ径のリングをサンドペーパーによっておろくして得た値である。図には明らかにあらさの影響があらわれており、本実験の条件のように、比較的軽荷重で硬い金属同志のころがり摩擦の場合にはあらさが非常に大きな影響をもっていることがわかる。しかし (1.2.6) 式に示される理論では さきで示したオ1.1.10図のころがりはじめの特異現象を説明することができない。上式に示される理論であらさのある円荷を多面体と仮定していることに問題はあるが、本質的な不合理は存在しない。上式で十分特性を説明出来ない根本的問題は接触の弾性変形を無視したことにあると考えられる。したがって次節にこの点を考慮した新しい理論を導き、実験結果との比較検討を行なう。

## (2) 新機構の提出

上述したごとく、従来提出されていた各種の仮説もそれぞれころがり起動摩擦の原因の一部をなしてはいるが、いずれも起動摩擦特性の重要な部分を説明し得ないので、新しい機構を導入する必要がある。オ1.2.5図によればあらさの影響が非常に著しいことは明確である。例えばあらさ2μのものとは88μのものとは約35倍の相違がある。あらさが増加しても差動すべり摩擦力、凝着、塑性変形、弾性ヒステリシス損失などはほとんど増加しないと考えてよいから、あらさの増加による摩擦の増加分はほとんど



第 1、2、6 圖

あらさそのものによるものである。

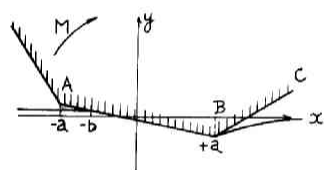
あらさの凹凸には高低があり 高いものを結べばオ 1・2・6 図(a)の  $ABCD$  のように一種の多角形を形成する。これを示したのが (b) であり 図の状態は  $\overline{BC}$  が全面で下の面と接触して安定した位置にある。これに回転モーメントを負荷すると 図の (c) のごとく傾き  $\overline{BE}$  の部分は接触が離れ  $\overline{EC}$  の部分のみで接触しこの部分は弾性変形を起す。この状態で負荷していた回転モーメントを除去すれば元の状態 (b) に帰るが 実際には完全な多角形ではないので多少のずれが生じ完全に元の状態には帰らない。オ 1・1・10 図に示されたころがりはじめの挙動はこのように接触面の弾性変形を考慮することによって説明できる。(c) の状態から更に負荷モーメントを大きくすれば、接触面は次の辺  $\overline{CD}$  に移る。しかしこの時にはすでに回転体の慣性力も加わるから一般には  $\overline{CD}$  で静止せず連続的な回転を起すと考えられる。表面あらさがあられれば 等価多角形の辺  $\overline{BC}$  も長くなるから ころがり起動摩擦は大きくなる。次節にはこのような模型でころがり起動摩擦の理論を誘導する。

### オ 3 節 ころがり起動摩擦の理論

オ 1・2・7 図のように多角形の一边の長さを  $2a$  としその中心に  $y$  軸がくるよう  $x-y$  座標を定める。多角形の底辺において  $y$  軸方向に作用する圧力分布を  $P(x)$  とすれば  $(a, 0)$  に関するモーメント  $Ma$  は

$$Ma = \int_{-b}^a P(x)(a-x)dx \quad \cdots \cdots \cdots (1.2.8)$$

多角形に回転モーメントを負荷すると底辺は傾くが 回転モーメントの小さい間は底辺は全面で接触し  $b=a$  である。モーメントが或る限界以上に大きくなれば分離が起る。このような場合の



第 1.2.7 圖

$P(x)$  については弾性理論によって次のように与えられている。

$$P_0(x) = -\frac{E\theta}{2(1-\nu^2)}\sqrt{\frac{a-x}{a+x}} + \left(\frac{P}{\pi} + \frac{E\theta a}{2(1-\nu^2)}\right)\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} \quad (1.2.9)$$

$$P_1(x) = -\frac{E\theta}{2(1-\nu^2)}\sqrt{\frac{a+x}{b+x}} + \left(\frac{P}{\pi} + \frac{E\theta(a+b)}{4(1-\nu^2)}\right)\frac{1}{\sqrt{(a-x)(b+x)}} \quad (1.2.10)$$

ここで  $P_0(x)$ ,  $P_1(x)$  はそれぞれ分離前および分離後の圧力分布であり  $E$  は接触面材質の弾性率,  $\nu$  はポアソン係数  $\theta$  は底辺の回転角であり 1.2.7 図のように回転する場合を正とする。 $P$  は全圧力で接触面荷重に等しい。また分離をはじめる瞬間の  $\theta$  の値  $\theta_0$  は (1.2.9) 式において  $x = -a$  とおき  $1/\sqrt{a+x}$  の係数をとりだせば、このとき  $P_0(x)$  は有限でなければならないのでこの係数値が零になることから求まる。すなわち

$$-\frac{E\theta_0}{2(1-\nu^2)}\sqrt{2a} + \left(\frac{P}{\pi} + \frac{E\theta_0 a}{2(1-\nu^2)}\right)\frac{1}{\sqrt{2a}} = 0$$

$$\therefore \theta_0 = \frac{2(1-\nu^2)P}{\pi Ea} \quad \text{-----} \quad (1.2.11)$$

まず分離前 ( $0 < \theta < 2(1-\nu^2)P/\pi Ea$ ) の接触面の圧力分布によって生ずるモーメント  $M_{a0}$  は (1.2.8) 式の  $P(x)$  に (1.2.9) 式の  $P_0(x)$  を代入し、 $b = a$  として

$$M_{a0} = \frac{E\theta}{2(1-\nu^2)} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a-x}^3}{\sqrt{a+x}} dx + \left(\frac{P}{\pi} + \frac{E\theta a}{2(1-\nu^2)}\right) \int_{-a}^a \frac{dx}{\sqrt{a+x}} \quad (1.2.12)$$

これを計算して

$$M_{a0} = Pa - \frac{\pi E \theta a^2}{4(1-\nu^2)} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad (1.2.13)$$





原突周りのモーメントを  $M_{00}$  とすれば  $M_{00} = M_{20} - Pa$  したがって

$$M_{00} = - \frac{\pi E \theta a^2}{4(1-\nu^2)} \quad \text{----- (1.2.14)}$$

次に分離後のモーメント  $M_{01}$  を求める。(1.2.10) 式で  $x = -b$  において  $P(x)$  が有限でなければならぬ条件から

$$-\frac{E\theta}{2(1-\nu^2)}\sqrt{a+b} + \left( \frac{P}{\pi\sqrt{a+b}} + \frac{E\theta}{4(1-\nu^2)}\sqrt{a+b} \right) = 0$$

$$\therefore P = \frac{\pi E \theta (a+b)}{4(1-\nu^2)} \quad \text{----- (1.2.15)}$$

(1.2.10) および (1.2.15) 式を (1.2.8) 式に代入して

$$M_{01} = \frac{E\theta}{2(1-\nu^2)} \int_{-b}^a \sqrt{(b+x)(a-x)} dx \quad \text{-- (1.2.16)}$$

これを計算して

$$M_{01} = \frac{\pi E \theta (a+b)^2}{16(1-\nu^2)} \quad \text{----- (1.2.17)}$$

(1.2.15) 式を代入して

$$M_{01} = \frac{(1-\nu^2)P^2}{\pi E \theta} \quad \text{----- (1.2.18)}$$

したがって原突まわりのモーメント  $M_{01}$  は

$$M_{01} = \frac{(1-\nu^2)P}{\pi E \theta} - Pa \quad \text{----- (1.2.19)}$$

結局分離前は (1.2.14) 式 分離後は (1.2.19) 式によってモ



ーメントと回転角の関係を知り得る。なお分離時の回転角は(1.2.11)式によってあらわされるので、これを(1.2.14)式に代入すれば分離時のモーメント  $M_0$  を次式として得る。

$$M_0 = -Pa/2 \quad \text{----- (1.2.20)}$$

一方 多角形とみなした半径  $r$  の円筒が  $\theta$  だけ回転した時の重心の移動を  $x_G$  とすれば  $x_G = r\theta$  とあらわされるから 重心の移動によって発生する原素まわりのモーメント  $M_G$  は次式で示される。

$$M_G = Pr\theta \quad \text{----- (1.2.21)}$$

起動ころがり摩擦に対応して外部から加えるべきモーメントを  $M_s$  とし これに対抗する摩擦モーメントはあらさのみによって生ずるものとすれば

$$M_s + M_G + M_0 = 0 \quad \text{----- (1.2.22)}$$

分離前 すなわち  $|M_0| \leq |Pa/2|$  のとき

$$M_s = \left\{ \frac{\pi E a^2}{4(1-\nu^2)} - Pr \right\} \theta \quad \text{----- (1.2.23)}$$

分離後 すなわち  $|M_0| \geq |Pa/2|$  のとき

$$M_s = P(a - r\theta) - \frac{(1-\nu^2)P^2}{\pi E \theta} \quad \text{----- (1.2.24)}$$

(1.2.23) 式より分離前の  $M_s$  が最大になる回転角は分離直前の回転角すなわち  $\theta = 2(1-\nu^2)P/\pi Ea$  であり 分離後更に大きくなり その最大値は(1.2.24)式から次のように得られる。

$$\theta_{max} = \sqrt{\frac{(1-\nu^2)P}{\pi E r}} \quad \text{---- (1.2.25)}$$



$$M_{s \max} = P a - 2 \sqrt{\frac{r(1-\nu^2) P^3}{\pi E}} \quad \text{----- (1.2.26)}$$

この  $M_{s \max}$  がころがり起動摩擦モーメントに相当するわけである。

#### オ 4 節 理論結果の検討

前節においてころがり起動摩擦の主要原因となる機構が表面あらさのための面の非線型性によるものであることを明らかにしその理論を導いた。本節ではオ 1 章の実験結果を、得られた理論によってどの程度説明できるかを検討する。

得られた理論式 (1.2.26) 中には仮定された値  $a$  を含む。いま  $M_{s \max}$  にオ 1.1.12 図 (またはオ 1.1.5 表) の起動摩擦モーメントの値を代入し、仮定した多角形 (等価多角形と呼ぶことにする) の 1 辺の長さ  $2a$  を逆算すれば 下記のオ 1.2.1 表のようになる。

オ 1.2.1 表 等価多角形の辺の長さ  $2a (\mu)$

リング径 (mm) 潤滑剤	38	46	54	62	70
なし	52.6	63.8	69.8	76.5	81.6
#60 スピンドル油	55.8	62.4	69.1	75.3	81.7
#90 タービン油	56.4	61.0	67.4	74.8	79.8
Hertz 式による 接 触 面 巾	144	159	171	183	195

リングの表面あらさはオ 1.1.1 表に示されるように  $H_{\max} = 2\mu$  前後であり リングの円周方向が研削の方向と一致する関係から、



あらさの凹凸の勾配は小さくなることを考えれば 上表の程度の辺長になることは妥当な値である。但し 上表を計算する基礎になった摩擦モーメント中には差動すべり ヒステリシスなどを原因とする摩擦も多少は含むから実際にはオ 1・2・1 表の値より更に小さくなるべきである。前表中には *Kentz* 式による接触面巾の計算値をも附記したが この値よりも小さくなっている。オ 1・2・5 図の場合についても同様にして辺の長さ  $a$  を計算すればオ 1・2・8 図のようになる。あらさが4倍になっても等価多角形の辺長は約 20% 増加するに過ぎない。このことは逆に辺の長さがころがり運動摩擦に著しい影響を与えることを示すものである。オ 1・2・5 図の値は多数の測定値から得られた平均値であるが 辺の長さは表面の凹凸の状態如何によって大きく変化することが予想されるから摩擦モーメントも当然ばらつくわけで オ 1・1・19 図のような統計量になることもこのように考えれば容易に説明できることである。特に辺の長さの僅かの変化が摩擦モーメントには大きな変化としてあらわれるのであるから、実測されたごとく大きなばらつきが生ずるのは当然と考えることができる。

次にオ 1・1・10 図に明らかにされているころがり始めの特異な挙動を前節の理論から説明するために (1・2・23) 式 および (1・2・24) 式を  $\theta$  の各値について計算し実測値と比較するとオ 1・2・9 図 (リング径 46 mm あらさ  $2\mu$ )、オ 1・2・10 図 (リング径 46 mm あらさ  $7.2\mu$ ) およびオ 1・2・11 図 (リング径 70 mm あらさ  $2.5\mu$ ) のようである。なお 理論値の  $a$  の値はオ 1・2・1 表およびオ 1・2・8 図に示された値をとった。理論曲線はいずれも分離点までは直線であり 分離点を不連続点として起動点まで曲線で変化する。実験値にもこの傾向は明らかに見られ 上述の理論を裏づけるものとなっている。

結局 前節で導いた理論は摩擦の絶対値 (この点については  $a$  の値から間接的に妥当性を証明した) 統計的ばらつき ころがりはじめの特異な挙動などを明確に説明し得ることがわかった。

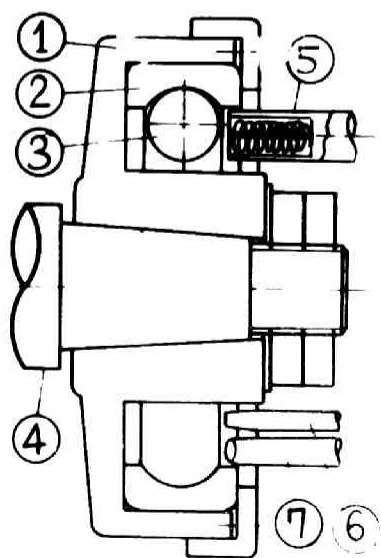




(1.2.26)式の表わす性質について等価多角形の辺長を示す $\alpha$ の値が 接触面荷重や表面あらし あるいは材質などによって変化するため 式の表示から明確なことを知ることができない。しかし、式の形から推してほとんど $\alpha$ の大小が摩擦を支配することが示されており ころがり起動摩擦の問題は接触の問題に帰着されることになる。 $\alpha$ の値は単に表面あらしによってのみ増大するものではなく あらしよりも 面のびびり或いはうねりなどが大きく影響するものと考えられる。荷重 円筒の半径 接触面に存在する異物などが増大すれば $\alpha$ の値を大きくし 弾性係数 硬度などが大きくなれば $\alpha$ の値は小さくなる。摩擦もそれに依りて変化するわけである。

#### オ 5 節 結 言

本章ではころがり起動摩擦の機構について従来の諸説を実験結果と比較対照して再検討すると共に新機構を提出して その理論を展明した。すなわち ころがり起動摩擦の主要部はあらし びびりなどが存在する接触面の弾性変形後の形状が完全な幾何形状からずれるために生ずるもので、ころがり曲面を多辺体と考えて解析すれば(1.2.26)式によってころがり起動摩擦を表現することができる。オ1章で示したころがり起動摩擦値の統計的ばらつきは接触問題自身が統計量であることから容易に理解され 起動前における微小回転の現象も 接触面の弾性変形によって起ることが確かめられた。結局 ころがり起動摩擦の諸問題の大部分は弾性体の接触の問題に帰着されることが明らかになった。ただし以上の議論は起動摩擦のみに適用できるもので 後述するように運動摩擦には利用できないものである。



第 1 3 1 圖

# 第3章 高速度ころがり接触面の乾燥 摩擦特性

## オ1節 結 言

ころがり摩擦に関する従来の研究は低速においてのみ行なわれてきた。例えば Reynolds<sup>8)</sup>, Tomlinson<sup>5)</sup>等の研究は振動法によって測定したもので  $10\text{ cm/sec}$  以下のころがり速度に過ぎず Tabor<sup>3)</sup>, Drutowski<sup>4)</sup>等の方法では  $1\text{ cm/sec}$  を越えることは不可能であった。また伊藤<sup>20)</sup> は最近アンギュラー コンタクト型玉軸受から保持器を除いてボールのみの場合の摩擦を測定しているが この場合にはボールと軌道とが斜接するためボールにスピンなどが生ずる欠点があり しかもボール同士が互に接触することを避けるためには数  $\text{m/sec}$  以上のころがり速度を得ることはできなかった。

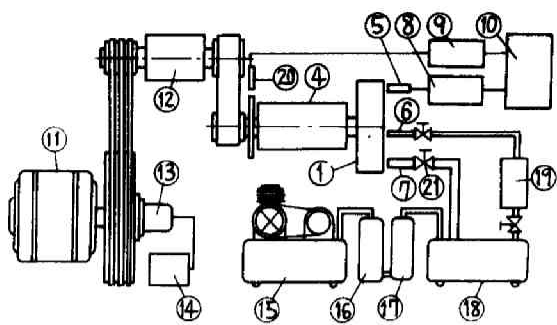
しかし 実際問題として 例えはころがり軸受では非常に高い速度におけるころがり摩擦が駆動体と軌道面間に形成されている。したがってこのような場合の摩擦特性を解明するためには、高速度におけるころがり摩擦を測定する必要がある。

本章では毎秒数  $10\text{ m}$  のころがり速度におけるころがり摩擦を測定し ころがり速度 荷重 潤滑状態 潤滑油粘度 接触荷円寸法、接触面あらさ 接触面材質などの影響について検討する。

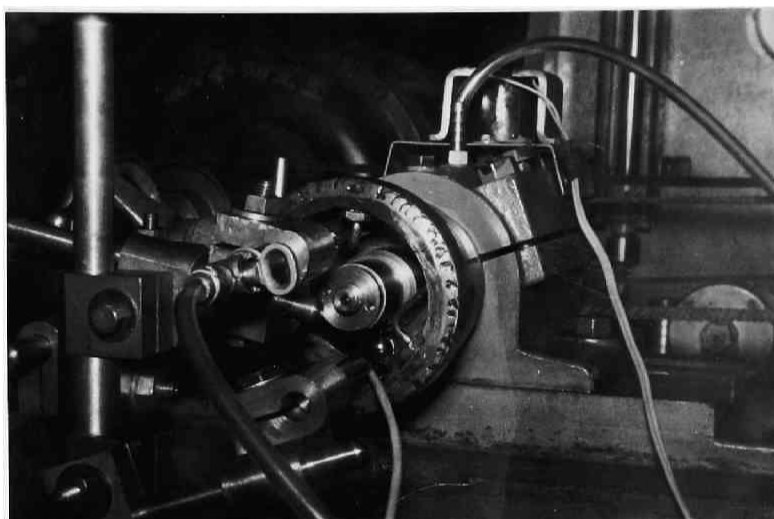
## オ2節 高速度ころがり摩擦の測定

### (1) 実験装置

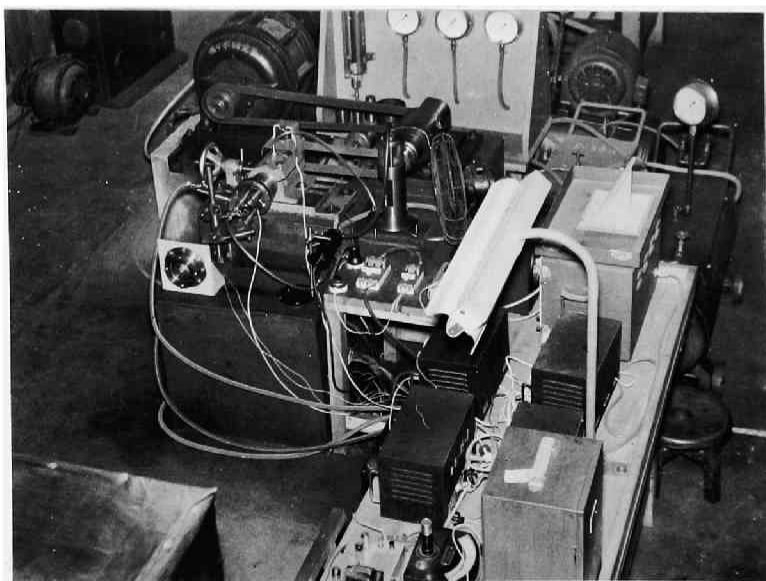
オ1.3.1 図に実験装置の本体を示す。玉軸受の外輪 ② の軌道



第 1.3.2 圖



第 1.3.3 圖



第 1.3.4

を転走面とし、1個の鋼球③をその転走面にそい、高速で回転せしめ、その際の鋼球の回転速度の変化状態からころがり摩擦を知ろうとするものである。球③が転走面上をころがる速度を測定するために、コイル⑤がとりつけられ、この前を球が通過する毎にコイル中には磁束変化を生じ、それによる電流変化として信号が送られる。

⑥は潤滑の際に用いる給油管であり、霧状になった油粒が空気とともに噴射される（噴霧潤滑である）。⑦は球③を始動させる場合に用いられる高圧空気の噴出ノズルで、球の進行を助ける方向に斜めにとりつけられている。

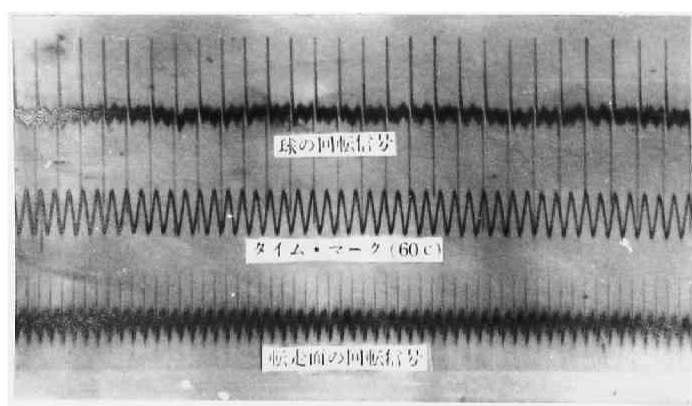
なお、転走面用の外輪②はハウジング①に装着され、これが高速回転軸④にとりつけられている。これは、図1.3.2の全体図に示されるごとく、同期誘導電動機⑪の回転が中間軸⑫を介して増速され伝えられる。後述するごとく、プーリ比を変更して、転走面に種々な回転速度を与え、各場合の測定結果から、ころがり摩擦の速度特性と荷重特性を知ることができる。

軸の回転速度を測定するためにコイル⑭が設けられ、球の公転速度を知るためのコイル⑤からの信号とともに、それぞれ増巾機⑧⑨を経て電磁オシログラフ⑩に同時記録される。

球を始動させるための高圧空気は、圧縮機⑮から脱湿筒⑯および除塵筒⑰を経て、一旦タンク⑱に貯えられる。必要なときには弁⑳を開くことによつて短時間高速の空気がノズル⑦から噴出する。これによつて球は高速度の初期回転が与えられるから、空気の噴射を遮断して後、後述するごとき種々な状態において測定が行なわれる。

図1.3.3図および図1.3.4図はそれぞれ、実験装置本体と全装置の写真である。ノズルは円筒の3個所に設けられている。

脱湿筒にはシリカゲルを用い噴射空気中の水分をほぼ完全に近い程度に除き、更に除塵筒を通過せしめて、噴射空気が転走面を汚すことを防止したが、100%完全にこれを行なうことは不可能



第 1.3.5 図

であるから、別に 空気噴射を利用せずに球に初期回転を与える方法を実施した。すなわち、転走面②を高速スピンドル④と共に高速回転せしめれば 球は後述することく摩擦によって転走面速度に近い速度で回転するようになる。このとき モータに装置した逆相制動装置⑬、⑭を切かせて転走面を急停止させれば球のみが回転を続けるので この状態で前述の場合同様測定を行なう。ただし この方法では転走面が停止している場合以外の測定は不可能である。したがってこの方法は空気噴射の場合の精度検定を行なうために使用した（これについては後述する）。

## （2）測定原理

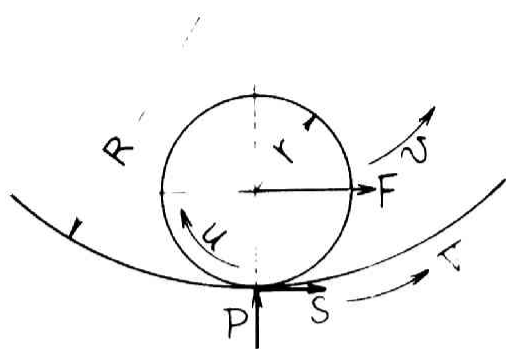
上述のように球に適当な初期回転を与えて後、空気噴射を遮断すれば、球は自由状態で回転を続ける。この場合 球の回転をさまたげる力はこちらが摩擦と空気抵抗である。これらの力によって球の回転速度は変化を生じる。逆にこの速度変化を測定すれば抵抗力を算出できることになる。これが 本章における高速度ころがり摩擦測定の主原理である。

速度変化の測定は回転する球に接近してコイルを設置し 球がコイルの前を通過する際に生ずる微小な磁束変化に基づき電流変化を増巾してオシログラフに記録する。転走面の回転速度についても磁化された円盤を軸に固定し、コイル⑳を接近させて同様に測定する。

コイル⑤および㉑によって電磁オシログラフに送られた信号の記録はオ・ノ・ノ・ノ図のごとくである。

信号としての各ピークの間の隔の変化状態とタイム マーク(60 cycle)との関係から、球および転走面の速度および加速度を算出することができる。なお オ・ノ・ノ・ノ図はロングレコーディングカメラによる非常に長い記録の一部を切断して示したもので 長い記録では信号間隔の変化は相当著しい。





第 1.3.6 图

以上測定された速度変化の状態から、ころがり摩擦は次のようにして算出される。第1.3.6図のごとく転走面速度を $V$ 、球の公転速度を $v$ 、球の自転の角速度を $\omega$ とし、それぞれの回転角を上述の順に $\varphi$ 、 $\theta$ 、 $\omega$ とする。なお $\omega$ は図のごとく球の中心に座標をとった場合の回転角で、その基準線は公転位置にかかわらず常に一定方向に向いているものとする。転走面の半径を $R$ 、球の半径を $r$ 、時間を $t$ とすれば次の関係がある。

$$v = (R-r) \frac{d\theta}{dt} \quad \omega = r \frac{d\omega}{dt} \quad V = R \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{----- (1.3.1)}$$

球は転走面上をすべりなくころがるものとするば

$$(R-r) \frac{d\theta}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} + R \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{----- (1.3.2)}$$

次に球に作用する力は、球の中心（重心）を作用点とし、接触点における接触の方向に平行で、図に示されるような向きを持った力 $F$ と、球と転走面の接触点を作用点とし、同様な方向および向きを持った力 $S$  およびこれらと同一平面内で直交する方向を持ち、接触点を作用点とする力 $P$ の三成分に分けられる。球の運動方程式はこの場合次のようになる。

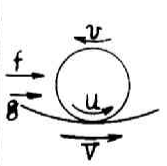
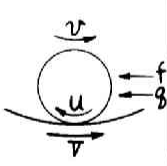
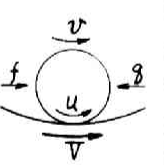
$$F + S = m(R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{----- (1.3.3)}$$

$$Sr = -I \frac{d^2\omega}{dt^2} \quad \text{----- (1.3.4)}$$

ここで $m$ は球の質量、 $I$ は球の慣性モーメントである。(1.3.2), (1.3.3), (1.3.4) 式から $S$ および $\omega$ を消去し、 $F$ を導くと

$$F = (R-r) \left( m + \frac{I}{r^2} \right) \frac{d^2\theta}{dt^2} \pm \frac{R}{r^2} I \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad \text{----- (1.3.5)}$$

複号は、球の公転速度が減少する場合（この場合を減速と呼ぶ

(A)	(B)	(C)
逆方向減速	同方向減速	加 速
		
$V > 0, v < 0, u < 0$ $f > 0, g > 0, \ddot{\omega} < 0$	$V > 0, v > 0, u > 0$ $f < 0, g < 0, \ddot{\omega} < 0$ $v > V$	$V > 0, v > 0, u < 0$ $f > 0, g < 0, \ddot{\omega} > 0$ $v < V$

第 1.3.7 図

ことにする) 正の符号をとり 公転速度が増加する場合 (この場合を加速と呼ぶことにする) 負の符号をとる。球の場合  $I = \frac{2}{5} m r^2$  なる故、

$$\left. \begin{array}{l} \text{減速の場合} \\ \text{加速の場合} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F = \frac{7}{5} m (R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{2}{5} m R \frac{d^2\varphi}{dt^2} \\ F = \frac{7}{5} m (R-r) \frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{2}{5} m R \frac{d^2\varphi}{dt^2} \end{array} \quad \text{---- (1.3.6)}$$

結局、 $d^2\theta/dt^2$  および  $d^2\varphi/dt^2$  を測定すれば、球の中心に作用する力  $F$  を知ることができる。

ただし この  $F$  はころがり摩擦のみによるものではなく 空気抵抗をも含めたものである。いま ころがり摩擦モーメントを  $M$  とすれば これは重心に作用する力を仮定することによって

$$M = f r \quad \text{----- (1.3.7)}$$

と表わすことができる。これに空気抵抗  $g$  を加えたものが  $F$  であり、

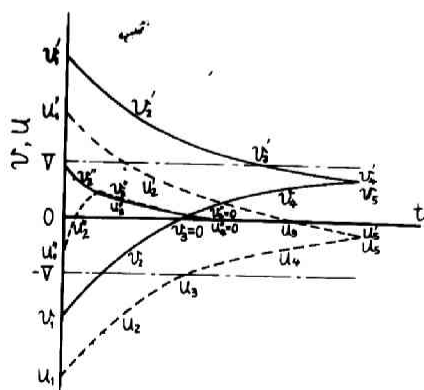
$$F = f + g \quad \text{---- (1.3.8)}$$

となる。したがって後述するとき方法によって  $g$  を知れば (1.3.7) (1.3.8) 式から  $M$  が得られる。空気抵抗  $g$  を求める前に 加速 減速それぞれの場合における球のころがりの状態を明らかにしておく必要がある。第 1.3.7 図にその状態が示される。

(A) は転走面の回転方向と反対方向に球が公転し、しかもその公転速度を次第に減ずる場合であり 空気抵抗  $g$  は公転方向に対し逆方向に作用する結果、図の向きになる。また  $f$  もころがり摩擦が球の自転をさまたげる方向に作用するから 空気抵抗と同じ方向になる。(B) は転走面の回転方向と同方向に球が公転 ( $v > v'$ ) し、そのときの速度  $v$  が次第に減少する場合であり、 $f, g$  は同様な考え方から (A) とは反対向きとなる。(C) は加速の場合であっ

制動方式	1	2	3	4	5
空氣噴射 方式 (1)	空氣噴射 $u_1$ $v$	逆方向減速 $u_2$ $v$	公転停止 $u_3=0, u_4=v$ $v$	加速 $u_5$ $v$	定常 $u_6$ $v$
空氣噴射 方式 (2)	空氣噴射 $u_1$ $v$	同方向減速 $u_2$ $v$	自転停止 $u_3=0, u_4=v$ $v$	定常 $u_5$ $v$	$v$ , 軌道速度 $u$ , 軌道速度
急停止 方式	定常 $u_1$ $v$	急停止 $u_2$ $v=0$	減速 $u_3$ $v=0$	自公転停止 $u_4=0, u_5=v$ $v=0$	$u$ , 軌道速度 $u$ , 軌道速度 自転停止

第 1.3.8 圖



第 1.3.9 圖

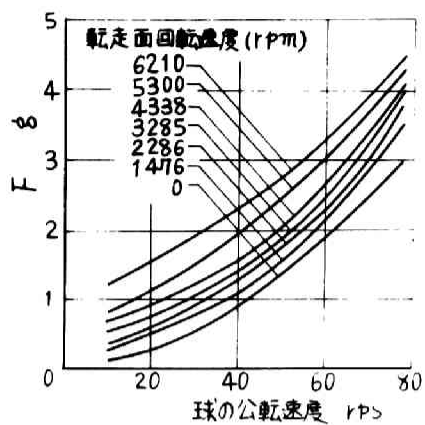
て 球が転走面と同方向に公転することは(B)と同様であるが  
 $\dot{\psi}$ であり 球はころがり摩擦力 $f$ によってその自転がさまた  
 げられる結果、 $\dot{\psi}$ は次第に増加して $\dot{\psi}$ に近づこうとする。すなわ  
 ち  $f$ は $\dot{\psi}$ と同方向に働く。これに対して $\dot{\phi}$ は $\dot{\psi}$ と逆方向に働く  
 から この場合 $f$ と $\dot{\phi}$ は互に符号が相反することになる。 $\dot{\psi}$ の増  
 大とともに $\dot{\phi}$ は増加し もし  $|f|=|\dot{\phi}|$ となれば球の速度は一定  
 になる。以上のごとく減速の場合には  $f \cdot \dot{\phi} > 0$  であり 加速の場  
 合には  $f \cdot \dot{\phi} < 0$  となる実が著しい特徴である。

これら各々の場合をオ1・3・7図 オ1・3・2図の実験装置によっ  
 て得るにはオ1・3・8図に示されるような三種の方式が用いられる。

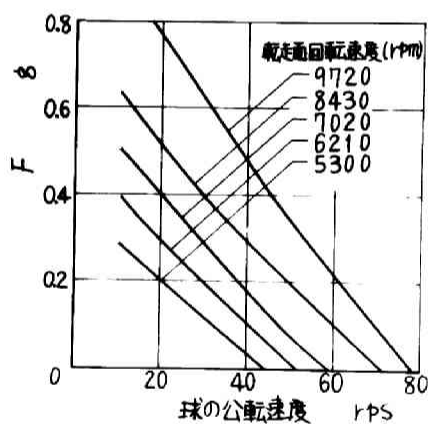
すなわち図において空気噴射方式(1)として示されたものは  
 まずノズル⑦(オ1・3・1図)から高圧空気を噴出せしめ、球が充  
 分高速で回転するようになってから空気の噴出を遮断すれば 球  
 は遠心力によって転走面に押しつけられながら慣性によって回転  
 をつづける。この状態では  $f$   $\dot{\phi}$  ともに公転速度を減少せしめる  
 よう働くから、減速をつづけて、ついにオ1・3・8図3のごとく公  
 転を停止する。次に反動で球は今までとは逆方向に回転をはじめ  
 ころがり摩擦力 $f$ の作用によって次第に加速される。(オ1・3・8  
 図順序4の状態)次に或る程度以上の高速になれば  $|f|=|\dot{\phi}|$ と  
 なり 球の公転角速度が 転走面のそれに一致しない前に球は一  
 定速度になる。以上の1から5まで減速変化の状態を連続的に記  
 録させれば、逆方向減速と加速の場合の測定値が得られる。オ1・  
 3・8図に太線で囲まれた部分はこの領域において測定が行なわれ  
 ることを意味する。(以下同様)

次にこの場合の球の公転、自転の速度変化の状態はオ1・3・9図  
 に $\dot{\psi}_1 \sim \dot{\psi}_5$ ,  $\dot{\phi}_1 \sim \dot{\phi}_5$ として示される。 $|\dot{\psi}_2|=|\dot{\psi}_4|$ なる部分をと  
 れば減速の場合の $|\dot{\phi}|$ は小さい。 $\dot{\psi}$ が定まれば 接触点に作  
 用する荷重が定まるから、上述の方法で同じ荷重が作用し ころ  
 がり速度の種々異なる場合の摩擦を測定することができる。

次に空気噴射方式においては転走面の運動方向と同方向に球を



第 1.3.10 図



第 1.3.11 図

回転せしめ  $v_1' > v_1'$  (添字は図において明らかなごとく 各回転方式および順序を区別するためのものである。)としてから空気噴射を遮断する。図のごとく同方向減速 自転停止を経て、(1)の場合と同じ定常状態に達する。

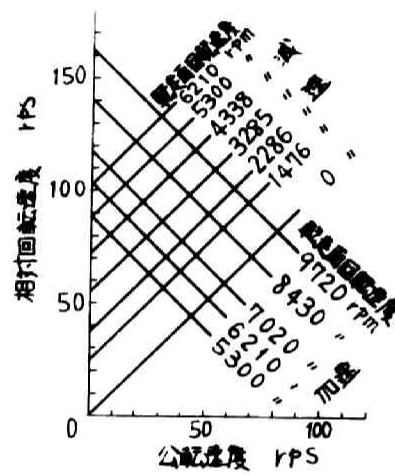
次にオ3の方法として急停止方式がある。これはさきにのべたごとく 球が転走面速度に近い状態で回転する定常状態にあるとき 転走面を急停止させ 球を慣性で回転させる方法である。この場合自転周速  $v_1'$  の変化状態は、オ1・3・9図のごとく急停止直後にすべりを伴う複雑な様相を呈する したがって 測定は急停止後数秒を経過してから行なった。またオ1・3・9図に明らかなごとく  $v_1' > v_1'$  なる故 高速での測定は困難である。この場合の急停止は逆相制動によって行なうもので オ1・3・2図における遠心スイッチ⑬(回転速度零のとき回路が開く)と電磁開閉器⑭とによって操作される。なお この方式による測定結果は空気噴射方式による測定結果と全く同一であった。

### (3) 測定結果

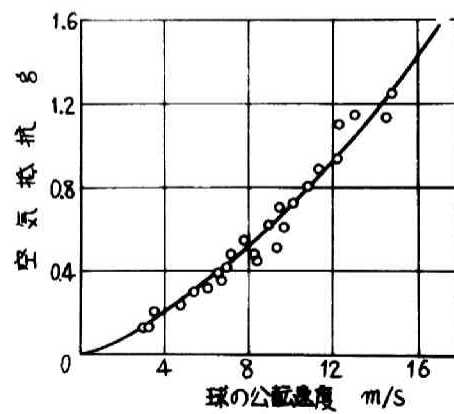
ここで云う測定結果とは電磁オシログラフの記録から直接得られるFの値を意味する。

オ1・3・10図に減速の場合について このFの値を種々の転走面速度(一定)に対して示した。転走面は玉軸受井6308の外輪を使用し 軌道径は  $80.1\text{ mm}$ 、溝の曲率半径は  $8.06\text{ mm}$  である。転動球は  $12.70\text{ mm}$  径の玉軸受用鋼球を使用し これらはベンジンで洗滌後乾燥された状態で測定され、潤滑剤の供給は行なわなかった。オ1・3・10図に示されるごとく 減速の場合は球の公転速度の増加とともにFは増大するが これに対してオ1・3・11図の加速においては、球の公転速度増大とともに空気抵抗が増加し しかもそれがころがり摩擦力の方向とは逆であるため、公転速度の増加に応じてFは減少する。





第 1.3.12 図



第 1.3.13 図

#### (4) 空気抵抗の除去

空気抵抗は公転速度のみに関係し、軌走面速度にはほとんど影響されないものと考えることができるから 次のようにして空気抵抗を求めることができる。

いま加速を  $(a)$  なる希字 減速を  $(\alpha)$  なる希字によってあらわすことにする。加速および減速の場合について  $|v_a| = |v_\alpha|$ ,  $|v_a| = |v_\alpha|$  ( $v$  はころがり速度で  $v = R(\frac{d\theta}{dt} - \frac{d\varphi}{dt})$ ) なる場合を考えれば  $|v|$  に関係する接触面荷重  $P$  およびころがり速度  $|v|$  の両者がともに等しい状態が存在することになる。ころがり摩擦は接触面の荷重ところがり速度のみの関数と考えねばならないから (他の条件はすべて一定であるから考慮する必要がない) 上述の条件の成立する部分で  $|f_a| = |f_\alpha|$  になる。また空気抵抗  $v$  のみの関数とすれば、上の場合  $|g_a| = |g_\alpha|$  しかるに  $f_a \cdot g_a > 0$   $f_a g_a < 0$  なる関係が導かれているから (1.3.8) 式をも考慮して

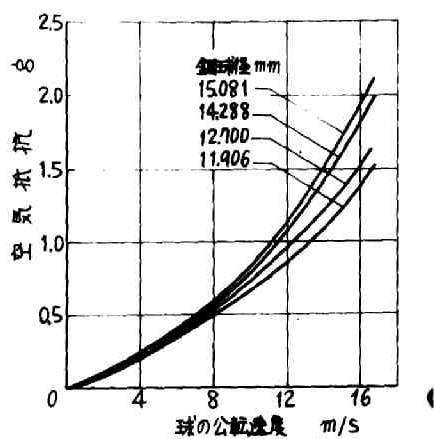
$$|F_a| = |f_a| + |g_a|, \quad |F_\alpha| = |f_\alpha| - |g_\alpha| \quad \text{-----(1.3.9)}$$

故に

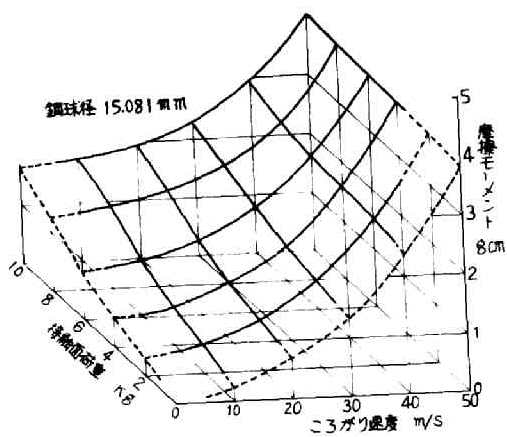
$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{1}{2} (|F_a| + |F_\alpha|) \\ g &= \frac{1}{2} (|F_a| - |F_\alpha|) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1.3.10)}$$

これによって  $f$  および  $g$  が分離できた。なお  $f$  は  $f = F - g$  から得られ、一般的にはこれを用いて算出する方が便利である。

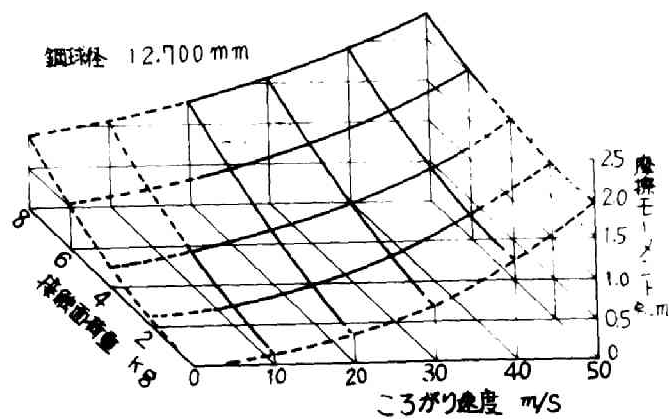
また上述の  $|v_a| = |v_\alpha|$ ,  $|v_a| = |v_\alpha|$  なる部分は 1.3.12 図のごとく横軸に公転速度 縦軸に相対回転速度 ( $|v|/2\pi R$ ) をとり球の速度を加速 減速それぞれについてあらわして その交点の速度を知れば簡単に得られる。1.3.13 図に このようにして算出された空気抵抗の値を示す。ばらつきは比較的少く 以上の理論が高い精度で適用されるものであることを示している。



第 1.3.14 図



第 1.3.15 図



以上の検討は球径  $12.700\text{ mm}$  のものについてであつたが、この径の球についても同様にして空気抵抗を測定した結果はオ1・3・14 図のようである。

なお空気抵抗については後述のオ5 節において真空中のころがり摩擦を論ずる際に再度検討を加える

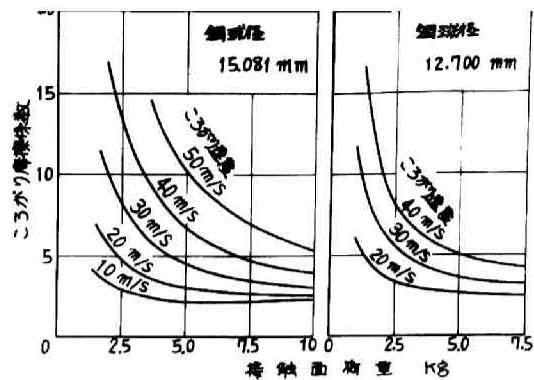
結局オ1・3・10 図 1・3・11 両図の  $F$  の測定結果から空気抵抗を除去（オ1・3・11 図の加速の場合は加える）すれば  $f$  が得られころがり摩擦モーメント  $M$  は  $M = f r$  として得られる。

### オ3 節 球の高速でころがり摩擦特性

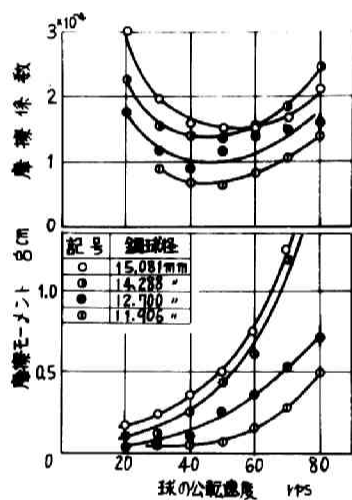
本節では球の高速でころがり摩擦におよぼすころがり速度 接触面荷重 接触面あらさ 転動体材質 接触面の表層材質 接触面の寸法 潤滑状態 潤滑油粘度 混入異物などの影響を明らかにするために行なつた実験結果について記す。すなわち この節では今まで不明なまま残されていた高速におけるころがり摩擦の潤滑しない場合における一般的性質を明らかにすることを目的としている。なお転走面としては #6308 の外輪軌道を用い、転動球は特にことわらない限り軸受用鋼球である。また 乾燥面とはいつても空気中から凝縮した水分や酸化膜は存在する。

#### 1) ころがり速度 接触面荷重ところがり摩擦との関係

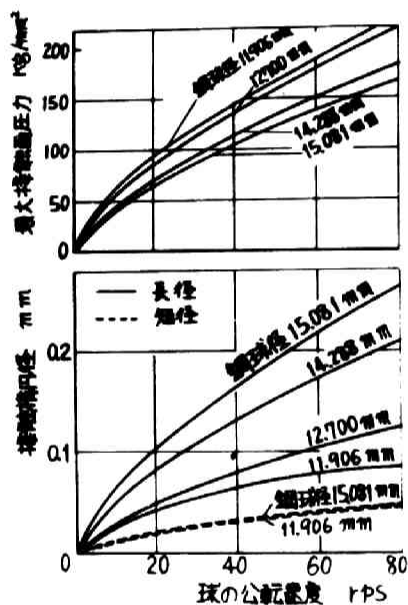
オ1・3・15 図およびオ1・3・16 図に上記の三者の関係をそれぞれ鋼球径  $15.081\text{ mm}$   $12.700\text{ mm}$  の場合について立体図によつて示す。図の奥側の部分は実験を行なつた範囲であり、破線はそれを延長することによつて推定した曲線である。図に明らかなごとく ころがり摩擦モーメントはころがり速度、接触面荷重の増加とともに増大するが 特にころがり速度の影響が著るしい。したがつて高速におけるころがり摩擦は従来研究されて来た低速でのころがり摩擦とはその大きさも摩擦の機構も相当異つたもので



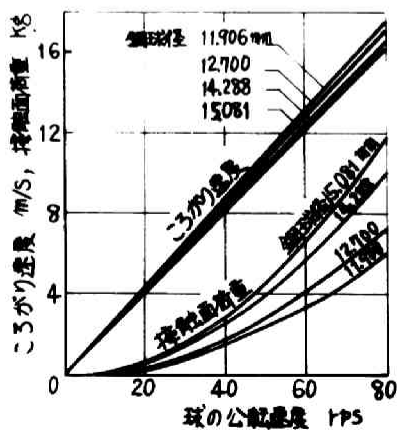
第 1.3.17 図



第 1.3.18 図



第 1.3.19 図



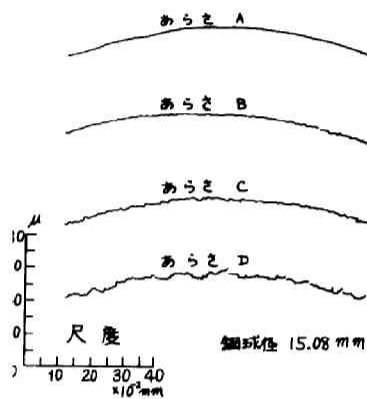
あると考えられる。ころがり摩擦係数  $\mu$  を摩擦モーメント  $M$ 、接触面荷重  $P$ 、転動球半径  $r$  によって

$$\mu = M / Pr \quad \text{----- (1.3.9)}$$

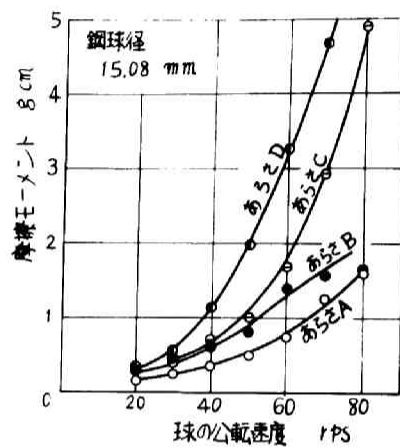
と定義し、オ1.3.15, オ1.3.16 図の結果をこのころがり摩擦係数によって示すとオ1.3.17 図のごとくである。低荷重では摩擦係数は大きな値となるが 荷重 10 kg 以上、ころがり速度 10~50 m/s の範囲ではほぼ  $2 \sim 5 \times 10^{-4}$  の値をとることがわかる。

## (2) 接触楕円寸法ところがり摩擦の関係

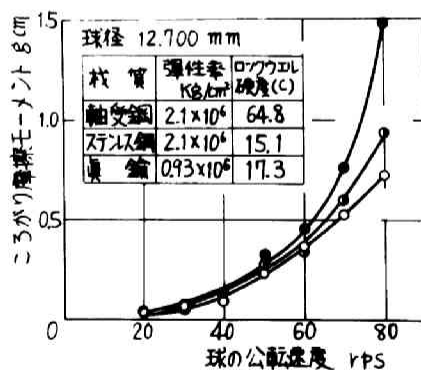
転走面として使用した軸受(#6308)の外輪軌道の溝曲率半径は 8.06 mm で 軸受の場合これに対する使用鋼球の径は 15.081 mm であるが、これより小さい径の鋼球を転動球として使用すれば、球と転走面の間に形成される接触楕円の大きさがころがり摩擦におよぼす影響を検討することができる。オ1.3.18図はその影響を示したもので、接触楕円の寸法および接触面に生ずる最大応力値はオ1.3.19 図に示されることである。ここに横軸として球の公転回転速度をとったが、この場合は転走面は停止したままで球のみが回転する場合である。すなわち球の公転回転速度の変化は ころがり速度とともに荷重の変化も惹き起すものである。この関係はオ1.3.20 図に示すとおりで 以下の図においても特にことわらないかぎり 球の公転回転速度を横軸にとって示したものはすべてこの意味で考えるべきである。この場合オ1.3.19図に示されるように鋼球径の変化によって接触楕円の長径は著しく変化するが短径はほとんど変化せず また最大圧力は球径の大なる方がより少なくなる。ただし接触面の全圧力(荷重)はオ1.3.20 図のごとく球径の大なるほど大きい。これらの各種の要因が重なってオ1.3.18図のように摩擦モーメント 摩擦係数とともに球径の増加に応じて著しく大きくなる この場合摩擦モーメントは



第 1.3.21 図



第 1.3.22 図



第 1.3.23 図

鋼球の半径を含むものであるから、この影響を除いた摩擦係数によって比較する方がより良く接触楕円寸法の影響を示しているものと考えることができる。

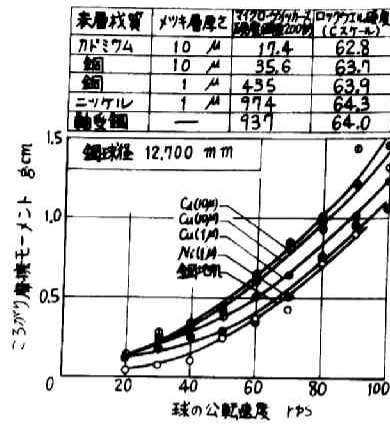
### (3) 接触面あらしところがり摩擦との関係

起動摩擦の場合には表面あらしが重要な役割を果たしていることがすでにオ1、2章において明らかにされている。高速においてはどの程度の影響があるかを調べるために軸受用鋼球を#2000、#300および#150の砥粒によってラツピングしよりあらい表面の鋼球を作りこの球のころがり摩擦を測定した。あらしの大きさはオ1・3・21図の融針法による測定結果で明らかなおおりである。オ1・3・22図にころがり摩擦モーメントにおよぼすあらしの影響が示されるが高速であらしの影響は著るしいところがある。あらしDは $H_{max}$ 約 $3\mu$ であるが $0.1\mu$ 以下のあらしA(軸受用鋼球)のころがり摩擦に比して3~5倍になっている。すなわち表面あらしの影響は起動摩擦の場合ほどではないが、かなり存在することがわかる。

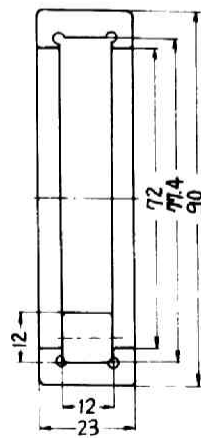
### (4) 転動球の材質ところがり摩擦の関係

オ1・3・23図に黄銅(Cu6, Zn4)およびステンレス鋼(13Cr)でなる転動球のころがり摩擦と軸受用鋼球のそれとを比較して示した。ロックウエル硬度はステンレス鋼、黄銅、軸受鋼の順に硬くなりころがり摩擦もその順に小さくなっているが、軸受鋼と他の二者との間の著しい硬度差にもかかわらず、ころがり摩擦にはそれほど差はあらわれていない。黄銅球およびステンレス鋼球は軸受用に製作されたものではなく、井用に作られたものであり軸受用のものに比べてあらし、真球度ともに悪くなっている。したがって材質そのものの影響のほかに、このようなあらしや、真球度の相違も影響しているものと考えられる。





第 1.3.24 図



第 1.3.25 図

#### (5) 接触面表層材質ところがり摩擦の関係

ころがり摩擦におよぼすころがり面の材質の影響としては、材料の弾性率、硬度等の物理的性質の影響のほかに、接触面の化学的性質あるいは表層部のみの微視的硬度などの影響が考えられる。そこで軌道面にオ1・3・24図上部の表に示すごとく  $Ni, Cu, Cd$  を  $1\mu$  ないし  $10\mu$  の厚さにメッキし、ころがり摩擦に与える影響を測定した(オ1・3・24)。図に示されるごとく、ロツクウェル硬度はいずれも変らないが、表層部のみの硬度はマイクロヴィッカース硬度で示されるように大きく違っており、この相違が明らかにころがり摩擦に影響している。オ1・3・23図およびオ1・3・24図において一般に硬度の低い方が摩擦は大きくなることが示されている。

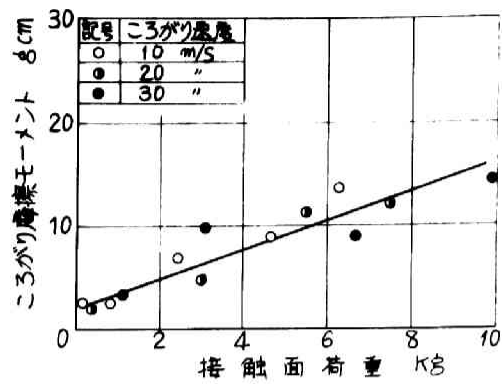
#### オ4節 この高速度ころがり摩擦特性

##### (1) 実験条件

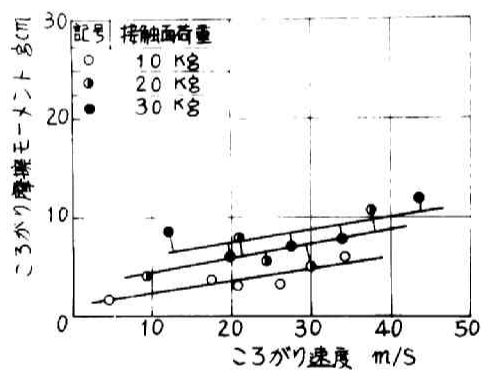
前節まで記述した球の場合と同様な取扱いを、この高速度ころがり摩擦の測定に際しても使用できる。軌走面には円筒ころ軸受 #NU308 の外輪(軌道直径  $77.4\text{ mm}$  巾  $11.0\text{ mm}$ )を用い、同じ軸受のころ(直径  $11.95\text{ mm}$  長さ  $12.0\text{ mm}$ )を駆動体として、球の場合と同様にしてころがり摩擦を測定した。但し軌走面にはころを案内するつばが存在するため(つばのころのすきまは  $0.025\text{ mm}$ )その接触面におけるすべり摩擦も含まれた状態で測定されている。したがって、ここで得られた測定値は純粋なころがり摩擦ではない。オ1・3・25図は軌走面ところおよび各部の寸法を示したものである。

##### (2) ころがり摩擦特性

実験結果をころがり速度および接触面荷重に関して整理すれば、それぞれオ1・3・26図およびオ1・3・27図のようになる。球の場



第 1.3.26 図



第 1.3.27 図

合に比べてばらつきが大きく、なめらかな変化はしていないが、大体の傾向は明らかである。両図において荷重の増大にともないころがり摩擦は増加することが示されているが、ころがり速度の影響は非常に少ない。この点も速度の影響の著しかった球のころがり摩擦とは逆の関係であり、荷重による変化も球の場合よりも少ないようである。また球の場合にはころがり速度  $50 \text{ m/s}$ 、荷重  $10 \text{ kg}$  の最大の場合でもたかだか  $59 \text{ cm}$  を越えない値であり、条件が軽くなればさらに小さい摩擦値をとっているが、ころの場合にはこれに比して2~5倍以上の大きな摩擦値が示されている。更に低速での摩擦が大きいことは球の場合との大きな相違である。

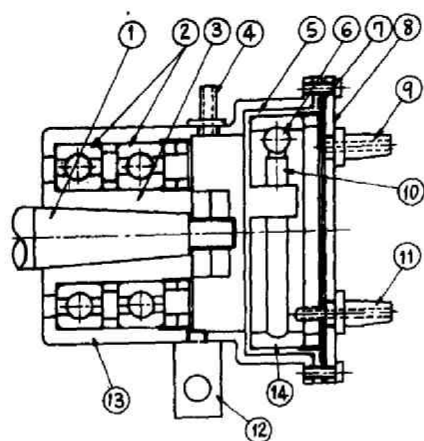
これらの性質は主としてつばところの間にすべり摩擦が存在することに原因するものと考えられる。測定値が相当ばらつくことは、ころ、つば間の接触状態が常に一定したものではなく偶然的原因に支配されて非常に変動しやすいものであることを考えれば理解されることである。摩擦モーメントの測定値はころと転走面間のころがり接触面におけるころがり摩擦と、ころ、つば間のすべり接触面におけるすべり摩擦との和として形成されるもので、乾燥面の場合にはすべり摩擦は相当大きく、ころ、つば間のすべり摩擦が測定値の大きな部分を占めていることが考えられる。これらの点については更に第4章以下で改めて検討を加える。

## 第5節 真空中のころがり摩擦特性

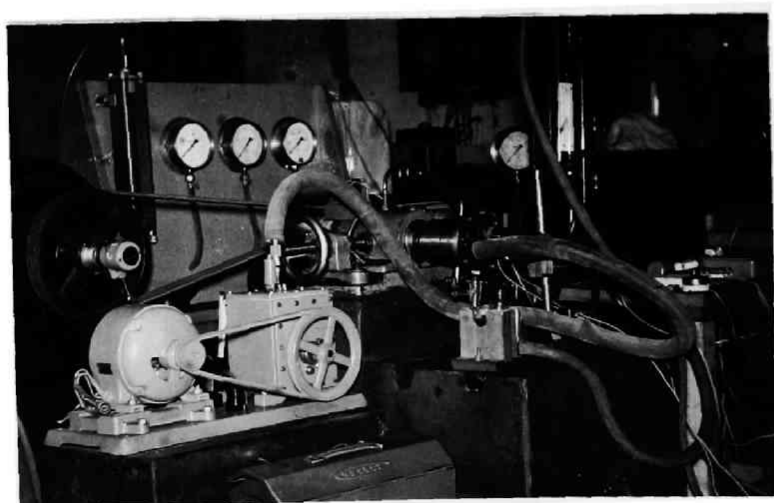
さきに算出した空気抵抗の精度を確かめるとともに真空中における摩擦特性を明らかにすることを目的として、真空中でのころがり摩擦の測定を試みた。

### (1) 測定装置

高速におけるころがり摩擦を測定するためには、すでに述べたように、まず球或はころに高速の始動を与える必要があった。空

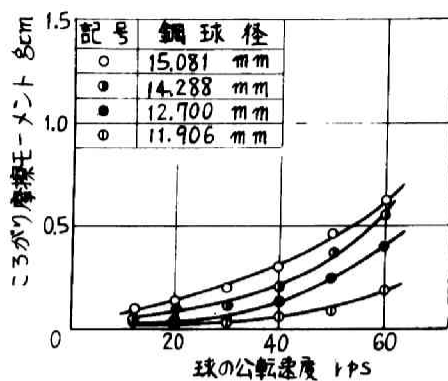


第 1.3.28 圖

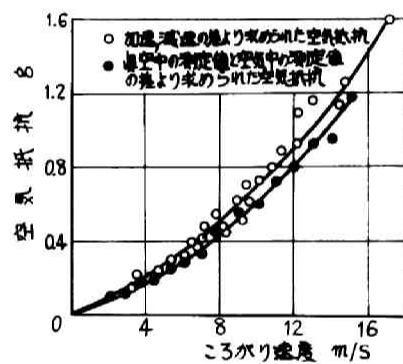


第 1.3.29 圖

真空中で測定する際には空気噴射および急停止方式が用いられたが、真空中での測定に対してはいずれも不適當である。オノ・3・28図に真空中におけるころがり摩擦の測定装置を示したが、最初に与えるべき始動の方法について特に意を用いてある。①は高速スピンドルでテーパブッシュ③が装着される。このテーパブッシュの外面は内面に対して  $0.25\text{ mm}$  偏心しているので、スピンドル①を回転するときハウジング⑬は軸受②を介して偏心運動を起こすことになる。真空容器は⑤であり、パッキング⑦と透明蓋⑧とで密封容器を構成し、内部に転走面⑭（#6308の外輪）と転動球⑥とを保持する。球に始動を与えるためには次の手順による。止め金具⑫によってハウジング⑬が回転しないように保持し（その場合偏心運動は自由に行なうことができるように保持する）スピンドルを回転せしめれば、真空容器は偏心量  $0.25\text{ mm}$  の偏心運動を行なう。この状態でノズル⑪から高圧空気を噴出せしめる。球は最初下部に存在するからノズル⑪から噴出する空気によって転走面に沿い回転をはじめ、しだいに加速されスピンドルの回転速度以上になる。このとき空気噴射を遮断すれば球は減速しつつ回転をつづけるが、スピンドルの回転速度すなわち転走面の偏心運動と同期して減速することなく、一定の回転速度（スピンドル回転速度に等しい）を維持する。次にノズル⑪と真空ポンプとを連結し、容器内部を真空にする。勿論ノズル⑪のコックは完全に閉じておく。以上の手順によって球が真空中でスピンドルに等しい回転をする状態を見出すことができた。すなわち真空中での始動を行なうことができたわけである。スピンドル①はオノ・3・7図に示した逆相制動装置③⑭を作動せしめれば、真空容器の偏心運動は止まり、球のみが固定された転走面上を転動する状態を得ることができるので、このときの減速状態をピックアップコイル⑩で検知することによってオノ・3・28節で述べたと同様にころがり摩擦を算出することができる。なお④は軸受②を潤滑するための油霧の導入口である。装置の写真はオノ・3・29図に示されるとお



第 1.3.30 図



第 1.3.31 図

りである。

## (2) ころがり摩擦特性

オ 1・3・30 図に測定されたころがり摩擦の特性を示す。真空度は  $0.1 \sim 0.2 \text{ mm Hg}$  である。オ 1・3・18 図と比較して明らかに空気で測定した場合とほとんど同じ摩擦モーメントになることが示されている。すなわち上記の程度の真空では特に真空中におけるころがり摩擦特性としての特異性は存在しないわけである。

次に真空中での摩擦特性を企画させたもう一つの目的。すなわちオ 2 節で述べたような加速・減速の差より求めた空気抵抗の検定については直径  $12.700 \text{ mm}$  の球を例にとるとオ 1・3・31 図のようである。さきに測定した空気中の抵抗  $F$  から真空中で得られる  $F$  を差引いた結果が空気抵抗になるわけである。図には別々の方法で求めた空気抵抗が良く一致していることが示されておりオ 2 節に求めた空気抵抗が十分信頼できるものであることが確かめられた。但し、このような議論は真空中のころがり摩擦が空気中の場合と同じものと仮定した場合に成立するものである。この仮定の真偽については実験結果のみから明確な結論を得ることは不可能であるが、実験した真空度が  $0.1 \sim 0.2 \text{ mm Hg}$  程度の低真空であることと、実験結果がころがり速度、鋼球径の如何にかかわらず、いずれも空気中の場合と良く一致することから推定して、ほぼ上記の仮定は正しいと考えて良い。

## オ 6 節 結 言

本章では従来不明であった高速度ころがり摩擦を測定し、その乾燥面における一般特性を明らかにした。それを要約すれば

(1) 球のころがり摩擦はころがり速度・接触面荷重の増加とともに増大するが、特にころがり速度の影響が著しい。





(2) ころがり摩擦係数は荷重が  $10\text{ kg}$  程度になれば  $2 \sim 5 \times 10^{-4}$  程度におちつく。

(3) 球径の増加はころがり摩擦を著しく増加せしめる。

(4) 接触面の表面あらさは起動摩擦ほどではないが相当重要な影響を与える。

(5) ころがり面の硬度が高いほどころがり摩擦は小さくなるが、材質の影響は本実験の範囲ではあまり大きなものではない。

(6) このころがり摩擦については測定の際 側面の案内(つば)との間にすべり摩擦が生じるため純粋なころがり摩擦を知ることができなかったが、荷重の影響の方がころがり速度よりも強く影響するようである。

(7)  $0.1 \sim 0.2\text{ mm Hg}$  程度の低真空中のころがり摩擦は空気中の場合と差はない。



## 第4章 高速度ころがり接触面の乾燥摩擦理論

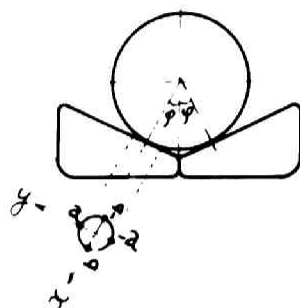
### 第1節 緒 言

本章では第3章で検討した高速度ころがり摩擦が如何なる機構にもとづくものであるかを明らかにしたい。ころがり軸受などは非常に広範囲に使用されているので、その使用条件も多種多様である。第3章で得られたころがり摩擦特性は限られた条件下のものであるので、これを普遍的に利用するためには摩擦機構の解明が必要となる。第2章の起動摩擦機構の解明の際、従来の諸説について述べたが、これらはいずれも極低速におけるころがり摩擦についてのものであるから高速のころがり摩擦に必ずしも適用できるとは限らない。しかしながら、まずこれらの従来の説について適用の可否を検討すべきであるので、本章ではまず Reynolds<sup>8)</sup> の提唱する差動すべりを解析し、新しく差動すべりに関する実験をも行なって、これを検討し、更に Tabor<sup>3)</sup> の弾性ヒステリシス損失、或いはあらさに基づくころがり摩擦などを検討する。次に特に高速で問題になる衝突損失についての理論を導き、実験によってその適否の検討を行なう。

### 第2節 ころがり摩擦機構に関する従来の仮説の検討

#### (1) 差動すべりに基因するころがり摩擦の解析

曲面と曲面のころがり接触面における差動すべりについては第2章の起動摩擦機構の解析の際すでに述べた。それによると差動すべりに基因するころがり摩擦モーメント  $M_c$  は



第 1 . 4 . 1 圖

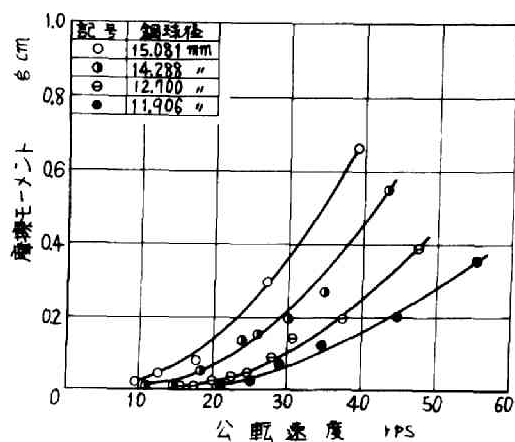
$$M_T = \frac{3}{2} \mu_s P a \left[ (0.08681 \frac{r_0^2}{a^2} + 0.3264) \sqrt{\frac{r_0^2}{a^2} - 0.1206} \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{r_0^2}{2a^2} \right) \sqrt{\frac{r_0^2}{a^2} - 1} - \frac{r_0^2}{a^2} \left( 1 + \frac{r_0^2}{4a^2} \right) \left\{ \frac{1}{2} \sin \frac{1a}{r_0} - \sin^{-1} \left( 0.3743 \frac{a}{r_0} \right) \right\} \right] \\ \text{----- (1.4.1)}$$

ここで  $\mu_s$  はすべり摩擦係数、 $P$  は接触面荷重、 $a$  は接触楕円の長半径、 $r_0$  は接触面における接触状態での曲率半径である。このうち  $P$ 、 $a$ 、 $r_0$  はいずれも知り得る値であるので、 $\mu_s$  のみ実験によって求めればよい。オ1.4.1図のように円すいころ軸受の外輪軌道を2個向い合せ、その間を転走面として球を回転させれば、球は2点で接触しているため、接触部分に大きな差動すべりが発生する。したがってこの場合の摩擦は差動すべりが大きな部分を占めることが予想される。いま、その理論を導くためにオ1.4.1図のごとく、接触面の中心に原点をとり、公転の方向を $x$ 軸、それに垂直に $y$ 軸をとれば、接触面はほぼ円に近く、瞬間中心は $x$ 軸上にあると考えてよいから、接触面の微小部分に働くすべり摩擦力を単位体積当たりでとすれば、差動すべりによる摩擦モーメント  $M_T$  は

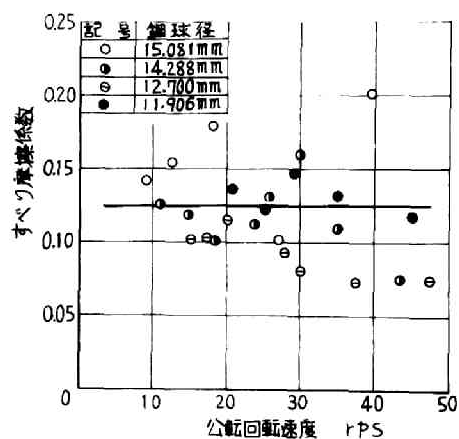
$$M_T = 2 \int_{-\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}}^{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}} \int_{-a}^a \tau y \sin \theta \, dx \, dy \\ = 8 \int_0^a dx \int_0^{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}} \tau y \sin \theta \, dy \quad \text{----- (1.4.1)}$$

ここで  $a$  および  $b$  は図に示すように、接触楕円の半径である。すべり摩擦係数を  $\mu_s$  とすれば、

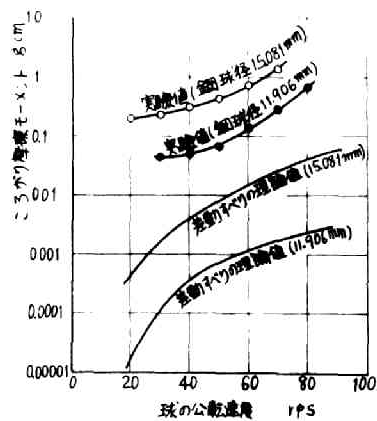
$$\tau = \mu_s P \quad \text{----- (1.4.2)}$$



第 1.4.2 図



第 1.4.3 図



第 1.4.4 図

ここで  $p$  は接触面圧力であり Hert<sub>z</sub><sup>21)</sup> の弾性理論によると次のように与えられる。

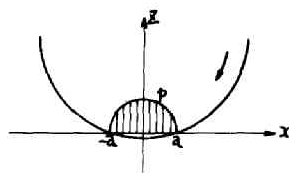
$$p = \frac{3}{2} \frac{P}{\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \quad \text{----- (1.4.3)}$$

$P$  は接触面に負荷される全荷重である。(1.4.2), (1.4.3) 両式を (1.4.1) に代入して

$$\begin{aligned} M_c &= \frac{12 \mu_s P \sin \theta}{\pi ab} \int_0^a dx \int_0^{\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}} y dy \\ &= \frac{3}{4} \mu_s P b \sin \theta \quad \text{----- (1.4.4)} \end{aligned}$$

$M_c$  を実験より求めるために 円すいころ軸受 #30208 ( $\theta = 12^\circ 7' 30''$ ) の外輪を用いて実験した結果をオ1.4.2図に示す。ここで得られた摩擦モーメントを (1.4.4) 式の  $M_c$  に代入して  $\mu_s$  を計算すれば オ1.4.3図のようになる。ばらつきはあるが、ころがり速度 球径等にはほとんど無関係にはば一定値をとる。しかもその値はすべり摩擦係数として十分妥当な値である。すなわちこのようにして測定した  $\mu_s$  はオ (1.4.4) 式に用いられる  $\mu_s$  のうち最も適したものと考えることができる。 $\mu_s$  の平均値 0.125 を (1.4.4) 式に代入して差動すべりに基因する摩擦モーメントを計算すれば オ1.4.4図のようである。先きにオ3章で行った実験値をも同様に示したが、全摩擦中 差動すべりに基因する部分は多くとも2%を越えない程度であることがわかる。したがってころがり摩擦は差動すべり摩擦によって生ずるものではないことが明らかにされた。また 差動すべり説では速度増加にともなうころがり摩擦の増大を説明できないことから、すべり以外の原因によってころがり摩擦が生じているものと考えなければならぬ。





第 1.4.5 图

## (2) 弾性ヒステリシス損失に基因するころがり摩擦の解析

最近 Tabor がころがり摩擦の機構に関して弾性ヒステリシス損失説を提出してから、これに対する関心が高まっている。しかしゴムのようなヒステリシスの大なる物質に対してはこの説の正しいことがほとんど認められているが 軸受鋼のごとき硬い金属同志の接触に対してこの説を適用することには大きな疑問がある。W. May および D. Flom は弾性ヒステリシス損失説に拠って それぞれ、ころおよび球のころがり摩擦理論を導いているが それによるとヒステリシス損失による摩擦はオ 3 章の実験結果に比し数%以下の小さな値を示すに過ぎない。本節では上記の理論とは別に変形仕事の面から弾性ヒステリシス損失にもとづくころがり摩擦を計算する。オ 1・4・5 図に示すように、接触面の中心を通り、接触面および回転方向に対して垂直な面（図の Z 軸を含む面）を考え それによって接触面に生ずる圧力を前半部と後半部（回転方向の側を前半部とする）に分割する。前半部の圧力は弾性変形が増大する状態のもとに発生するものであり、後半部の圧力は変形の回復する状態のもとに生ずる圧力である。ヒステリシスがあれば後半部の圧力は前半部よりも小さくなるはずである。駆動体がころがる場合前半部においては駆動体が接触面を変形させる仕事をなし 後半部では逆にエネルギーを与えられる。したがって両者の差が摩擦仕事となる。いま前半部の変形仕事を計算し これにヒステリシスの仕事量に対する割合（ヒステリシス損失係数）を乗ずればヒステリシス損失によるころがり摩擦を算出することが可能である。しかし直接変形仕事を計算することは困難であるので次のようにしてこれを導く、まず前半部の圧力分布によるモーメントを考え  $M_1$  とすると

$$M_1 = 2 \int_0^a dx \int_0^{\frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}} p x dy \quad \text{----- (1.4.5)}$$

ここで  $y$  はオ 1・4・5 図の Z 軸に垂直な方向の座標であり



$a, b$  は接触楕円の長半径、短半径 ( $a$  が  $x$  軸上  $b$  が  $y$  軸上の半径) である。圧力分布  $p$  はこの場合も (1.4.3) 式であらわされると考えてよいから、これを上式に代入して

$$M_1 = \frac{3P}{\pi ab} \int_0^a dx \int_0^{\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}} x \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} dy \quad \text{---- (1.4.6)}$$

これを計算すれば、

$$M_1 = (3/16) Pa \quad \text{----- (1.4.7)}$$

この距離を  $l$  である場合の前半部の変形仕事量  $W_1$  は

$$W_1 = M_1 l / r = 3Pa l / 16r \quad \text{----- (1.4.8)}$$

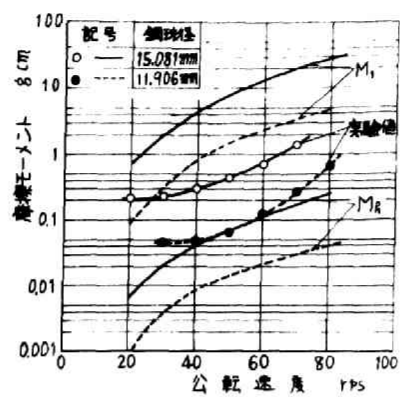
ヒステリシス損失係数を  $\beta$  とすれば後半部の変形仕事量は  $(1-\beta)W_1$  であらわされ、前半部と後半部の仕事量の差は  $\beta W_1$  となるから、ヒステリシス損失に原因する摩擦仕事  $M_h$  は

$$M_h = \beta M_1 = \frac{3}{16} \beta Pa \quad \text{----- (1.4.9)}$$

$\beta$  の値については普通材料の振動減衰率から求められるが 測定者によってその値はまちまちである。オ 1.4.1 表はその値を示したものである。

オ 1.4.1 表

測定者	材料	$\beta$
D. Tabor <sup>3)</sup>	硬鋼	0.009
K. Johnson <sup>24)</sup>	硬鋼	0.004
R. Drutowski <sup>4)</sup>	SAE 52100 鋼	0.007



第 1.4.6 図

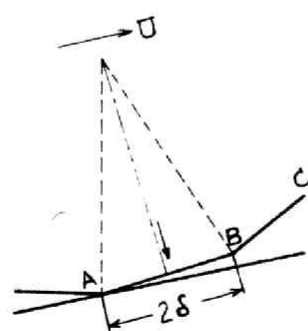
上表の $\beta$ の測定値のうちで最も大きいものは D. Tabor の測定した値  $\beta=0.009$  である。そこで $\beta$ としてこの値を採用し (1.4.9) 式によって  $M_h$  を計算すればオ1.4.6図のようになる。同図にはころがり摩擦の実験値および前半部の変形仕事によって生ずる摩擦モーメント  $M_i$  をも示した。実験値は丁度  $M_i$  と  $M_R$  の中間に位置を占めており、 $M_h$  は実験値の15%以下である。 $\beta$ にはオ1.4.1表に示された従来<sup>6)</sup>の測定値のうち Tabor による最大のものをとったが、他の研究者の測定値を採用すれば  $M_h$  は更に小さくなる。すなわち、弾性ヒステリシス損失は鋼と鋼のごとき硬い金属同志の高速度ころがり接触面における摩擦の主要部分ではないことが明らかにされた。

### (3) 接触面あらさに基因するころがり摩擦の解析

オ1章およびオ2章において、ころがり起動摩擦があらさにとづく位置エネルギー損失であることを明らかにした。高速度ころがり摩擦の場合にもオ1.3.22図に示されるようにあらさの影響は相当大的なものがある。しかし、従来<sup>6)</sup>説かれていたごとくあらさの影響を面の凹凸に基因する位置エネルギー損失であるとする考え方を運動ころがり摩擦に適用することは不可能である。何故ならば凸部同志が接触する場合、転動体の位置は高くなり、その位置エネルギーだけ運動エネルギーが失なわれることになるが次の段階において転動体の位置は低くなる時があるのでその際には失なわれたエネルギーを回復することになる。したがって平均としてはあらさによる位置エネルギー損失は存在しないのである。この点が起動ころがり摩擦とは著しく異なる点である。

また、この位置エネルギー損失の理論ではオ3章の実験結果の最大特徴である高速における摩擦増加を説明することができないので、この点からもあらさがころがり摩擦に与える影響としては位置エネルギーの損失に原因するものではないことがわかる。

以上 差動すべり、弾性ヒステリシス損失 あらさにとづく



第 1.4.7 图

位置エネルギー損失の3種の仮説について検討したが いずれも  
高速度ころがり摩擦の原因とはなり得ないことが明らかになった。  
この他従来提出されている仮説として塑性変形説、凝着説がある  
が、前者についてはオ3章の実験が弾性領域内で行なわれたため、  
本章でも弾性領域内のころがり接触のみを問題にすることにして、  
塑性変形領域は考えないことにする。また凝着説については、オ  
2章でも述べたごとく、垂直摩擦接触面を垂直に引離すときの抵抗  
力)が非常に小さい事実。およびオ3章で示したごとく極微量  
潤滑によって摩擦が増加する事実を考えれば 全く問題にしなく  
てよいものと思われる。

結局、従来考えられていない新しい仮説を考究する必要がある  
わけである。

### オ3節 摩擦機構に関する新しい仮説

#### (1) 弾性衝突エネルギー損失に基因するころがり摩擦の理論

オ3章の実験によって明らかにされた高速度ころがり摩擦が大  
きく増加することであつた。したがって ころがり摩擦の理論と  
しては この特性を明確に説明し得るものでなければならない。  
すなわち 低速の場合にころがり摩擦の主原因となる静的ころが  
り摩擦要因(これらの総和を $M_s$ とする)の他に 高速において  
のみ重要になる動的なころがり摩擦要因(これを $M_d$ とする)が  
存在し、高速では大部分を $M_d$ が占めると考えることができる。  
オ2章ではあらさのある面上のころがり接触を多面体が平面上を  
ころがるとして解析した。本章においてもこの考え方によって $M_d$   
を検討する。オ1・4・7図のごとく長さ $2r$ の多面体の一辺 $AB$ を  
考え、いま $B$ 点において接触し この点の瞬間中心として回転し  
ているものとするば $AB$ の中点の速度 $v$ は半径 $r$ の転動体のころ  
がり速度を $U$ とするとき





$$v = U\delta/r \quad \text{----- (1.4.10)}$$

したがって、ABが転走面に接触、すなわち衝突した瞬間失われるエネルギー  $\Delta L$  は

$$\Delta L = m(1-e^2)U^2\delta^2/2r^2 \quad \text{----- (1.4.11)}$$

ここで  $m$  は転動体の質量  $e$  は反跳係数である。衝突は単位時間  $\delta$  に  $U/2\delta$  だけ起るから、単位時間の損失エネルギーを  $L$  とすれば

$$L = m(1-e^2)U^3\delta/4r^2 \quad \text{----- (1.4.12)}$$

この損失にもとづく摩擦モーメントは

$$M_d = m(1-e^2)U^2\delta/4r \quad \text{----- (1.4.13)}$$

上式が衝突エネルギー損失に基因するころがり摩擦の理論式であるが、オ2章で述べたように接触面には弾性変形が生じることおよび転動体は高速で回転し大きな慣性力を持っているため、転動体中心は接触面に対してほとんど上下運動をしないことの2点について上式は全く考慮されていない。しかしながら 実際の接触面は不規則な凹凸によって形成されているので 上記の問題点を考慮しても平均的にはひなる接近速度で衝突が起ることに 변りない。したがって (1.4.13) 式を高速度ころがり摩擦の理論式として差支えないものと考える。

## (2) 理論結果の検討

上記の理論についても従来の理論について行なったと同様な検討を行なう必要がある。しかし  $\delta$  の値を明確に知ることができないので、逆に  $M_d$  に実験値を代入して  $\delta$  の値を求め、その  $\delta$  が接触面あらさから推定して妥当な値であるかどうかを検討する。オ1.4.8図はオ3章の 1.3.15図および 1.3.16図のうち荷重 2kg, 6kg, 10kg の場合をとり出して示したもので、曲線をころがり速度の



低い領域に延長し、ころがり速度零の場合の値を  $M_s$  とし 残りを  $M_d$  と考えてオ(1.4.13)式から  $\delta$  を求めればオ1.4.2表のようになる。ただし 反跳係数としては  $e = 0.55$  を用いた。

オ1.4.2表  $\delta$  の値  $10^{-3} \text{ mm}$

鋼球径	$W \backslash U$	$10 M_s$	20	30	40	50
15.08 mm	2 kg	0.30	0.34	0.37	0.39	—
	6 kg	0.30	0.30	0.30	0.32	0.36
	10 kg	0.30	0.23	0.22	0.25	0.28
12.70 mm	2 kg	0.32	0.32	0.31	0.32	—
	6 kg	—	0.22	0.24	0.24	0.23

(W ; 接触面にかかる荷重)

$\delta$  の値は速度に無関係にほぼ  $0.3 \mu$  前後の値となるが、これは転動体および転走面のあらさから考えて妥当な値であって しかところがり速度にほとんど無関係であることは ころがり摩擦の動的要因の主要部は(1.4.13)式であらわされるように衝突の際正エネルギー損失であることを示すものである。荷重の高いほど  $\delta$  は小さくなるが、この性質は荷重が大きくなれば弾性変形量が増大し接触面における真実接触点の数が多くなることを考えれば理解できる。

次にオ1.3.22 図に示されたあらさの大なる球に関する実験結果についても同様にして  $\delta$  を求めるとオ1.4.3表のようになる。ただし、 $M_s$  の値としては オ1.3.15図における速度零の場合の摩擦モーメントを採用した。表に示したあらさの値は球のそれであるが、転走面のあらさは  $H_{max}$  で約  $0.6 \mu$  である。表に明らかなように、 $\delta$  の値はあらさの増加に対してほぼ比例的に増大し、同じあらさの接触面では速度荷重にほとんど無関係に  $\delta$  にほぼ一定になる。また表に示された  $\delta$  の値は接触面あらさから考えていず



オ1.4.3表  $\delta$  の値  $10^{-3} \text{ mm}$

公転速度 $\text{m/s}$		20	40	60	80
あらさ $H_{max}$	$0.1 \mu$	0.39	0.24	0.31	0.24
	$1.4 \mu$	2.7	1.5	1.7	0.36
	$2.1 \mu$	2.1	2.0	2.3	4.1
	$3 \mu$	4.1	4.0	5.5	—

れも妥当な値である。

結局 高速度ころがり摩擦の最も著しい特徴である高速度における摩擦の増加は上記の衝突損失によって明確に説明されるわけである。またころがり摩擦の他の性質、例えば接触面の硬度が小さいほど摩擦が大きくなる性質は 反跳係数  $e$  が硬度の小さいほど小なる値になることから容易に理解でき あらさの増大によって摩擦が大きくなるのはオ1.4.3表のように  $\delta$  が大きくなるためであり オ1.3.18図に示された接触面積の増加による摩擦の増大は接触面積には直接関係なく転動体の質量に関係していることがわかる。

なお 静的要因  $M_s$  に関りては従来提出されている仮説 すなわち差動すべり 弾性ヒステリシス損失 凝着力などによって形成されているものと考えられる。

#### オ4節 結 言

本章では乾燥面の高速度ころがり摩擦の機構について、まず従来の仮説について検討し そのいずれもが高速度ころがり摩擦の主原因でないことを明らかにし つづいて 弾性衝突の際のエネルギー損失の理論を導き これが高速度ころがり摩擦の主原因として最も妥当であることを実験結果によって立証した。すなわち接触面のあらさのために ころがりの際の接触点（真実接触点）を

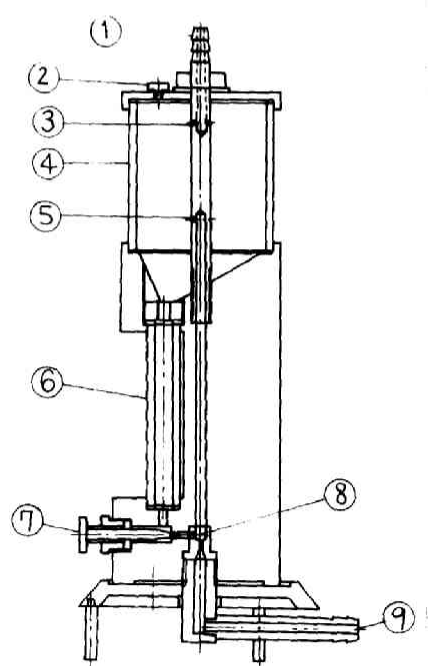


指す)の移行は断続的に起り、そのため、必ず或る接近速度のもとに接触が起り、したがってエネルギー損失が生じる。

この損失から計算されるころがり摩擦モーメントは速度の $\frac{1}{2}$ 乗に比例し、転動体質量にも比例する。勿論完全弾性体のときころがり摩擦は存在しないことになる。またあらさが大きければ接触の際の不連続の度合が大きくなるため、摩擦は大きくなる。

したがって、本章の理論から導かれるころがり摩擦低減の方策としては(1)反跳係数の大きい材質を転動体として用いること (2)接触面の表面あらさを十分小さくすること (3)転動体重量を小さくすること、の3点をあげることができる。





第 1, 5, 1 图

## 第5章 高速度ころがり接触面の 潤滑特性

### 第1節 緒 言

高速におけるころがり摩擦が最も問題にされるころがり軸受では、純粋なころがり接触のみが存在する場合はあり得ず、保持器と駆動体の接触面や駆動体同志の接触部分（溝ころまたは総ボール軸受の場合）におけるすべり接触を必ず伴うので、そのすべり面を潤滑する必要がある。これは必然的にころがり摩擦面おと潤滑することになる。また、ころがり接触面に存在する僅かの差動すべりは摩擦の原因ともなるので、たとえ純粋なころがり接触の場合においても潤滑を行なう方が好ましい。

従来行なわれた低速におけるころがり摩擦の研究結果によれば、潤滑油の存在はころがり摩擦を減少せしめるものではなく、むしろ増大させる場合のあることが認められている。本章では高速度ころがり摩擦におよぼす潤滑の影響を第3章の乾燥面のころがり摩擦測定に試みられたと同じ方法によって明らかにする。

### 第2節 潤滑条件

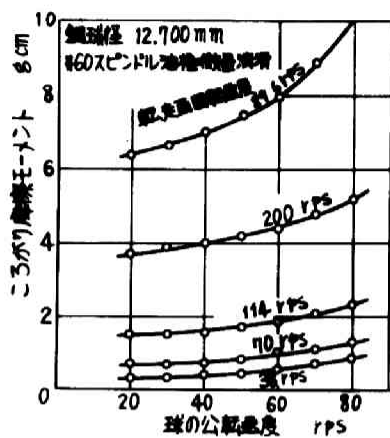
潤滑状態にはごく薄い油膜で潤滑される境界潤滑状態と流体としての性質を有する程度の厚さをもった油膜で潤滑される流体潤滑状態とがある。本実験ではこの両者に相当すると考えられる潤滑状態でのころがり摩擦を測定した。

まず境界潤滑状態を得るために極微粒の油霧を噴霧として転走面に供給した。この油霧発生装置を第1・5・1図に示す。潤滑油は②の栓を除いてガラス円筒④の中に必要量だけ供給され、目盛ガラ

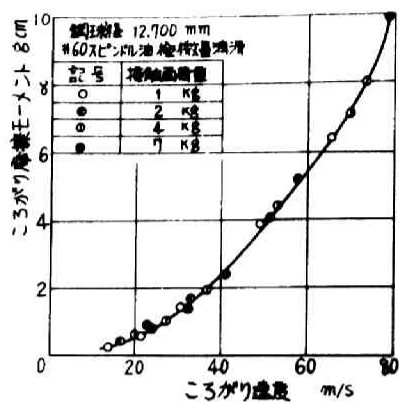


ス管⑥の中に貯まる。このガラス管の下部は空気輸送管⑧の方に連なり針弁⑦によって連絡の度合いが調節される。空気は⑨から送り込まれ⑧の部分で管の断面積が急激に増加することにより減圧され、ガラス管⑥中に貯えられている潤滑油が静圧差の原理により空気に混じて上昇し、孔⑤からガラス円筒中に吹き出される。このうち大きな油粒はガラス円筒④に衝突して、再びガラス管⑥中に落下し、空気中に浮遊した微粒のもののみが孔③から①を通過してオ1・3・7図の管⑥から試験装置内に送り込まれる。油霧の供給中は転走面も球もともに回転せしめることにより均一に附着せしめるようにした。本実験の場合供給時間は1分間でその間に供給された油量は0.1ccである。供給油量の測定はオ1・5・1図の目盛ガラス管⑥によって行なうが、0.1ccのごとき微量を測定することは不可能であるので、あらかじめ長時間の調整によって0.1cc/minの状態を得るようにした。供給された0.1ccの油の大部分は空気中に浮遊したまま実験装置外に離散し、実際に転走面および転動球に附着する油は極めて僅少である。したがってこの方法による潤滑面は境界潤滑状態になっているものと考えてよい。以下に示す実験結果中「極微量潤滑」として表示したものがこの場合である。

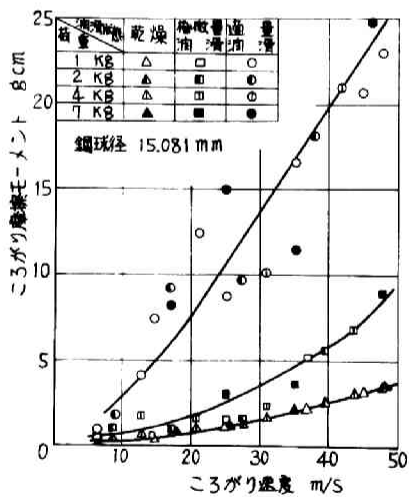
次に流体潤滑状態を得るためには以下のような方法をとった。まず実験装置内に一たん多量の潤滑油を注入し、圧縮空気をオ3章で述べたようにして噴射し球を回転させれば、転走面上の余分の潤滑油は飛散し、残った油量はほぼ一定量で、しかも比較的多量である。球に附着した油による重量増加から計算すれば附着した油層の厚みは約0.1mmである。したがって条件によっては流体潤滑の起り得る可能性は十分あり、また完全流体潤滑ではなく、一部に境界接触を含む状態にあっても潤滑油の粘性抵抗が大きな影響を及ぼすことが予想される。この場合の潤滑状態の表示として実験結果を示す図中には「適量潤滑」なる用語を使用する。潤滑の場合も測定方法はオ3章で述べた乾燥の場合と全く同様で、



第 1.5.2 図



第 1.5.3 図



第 1.5.4 図

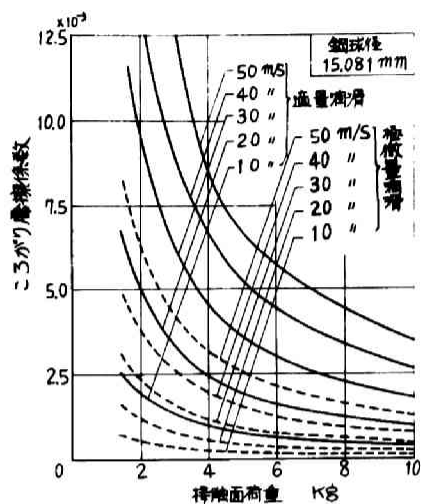
例えば #60 スピンドル油 (粘度  $37.8^{\circ}\text{C}$  で  $10.7 \text{ cS}$ ,  $98.9^{\circ}\text{C}$  で  $2.7 \text{ cS}$ ) の極微量潤滑、鋼球径  $12.700 \text{ mm}$  の場合、球の公転回転速度に対するころがり摩擦モーメントは駆走面速度をパラメータとして示すとオノ・5.2 図のように得られる。これをころがり速度に関して整理するとオノ・5.3 図のようになる。

### オノ 5.3 節 球の高速ころがり接触面の潤滑特性

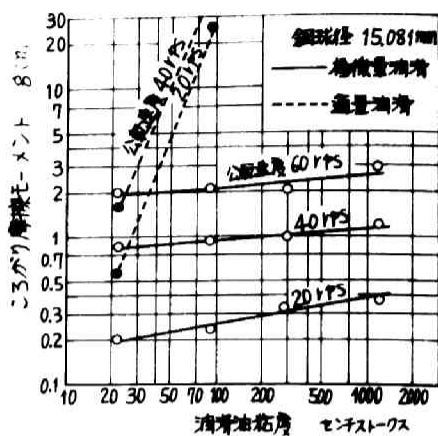
#### (1) ころがり速度 接触面荷重ところがり摩擦との関係

オノ・5.4 図に鋼球径  $15.081 \text{ mm}$  の球の #60 スピンドル油潤滑下におけるころがり摩擦モーメントを示す。ころがり速度は横軸として、荷重はパラメータとして関係しているが、オノ・5.3 図の鋼球径  $12.700 \text{ mm}$  の極微量潤滑の場合も含めて、潤滑油のころがり摩擦の特長として次のような諸点をあげることができる。

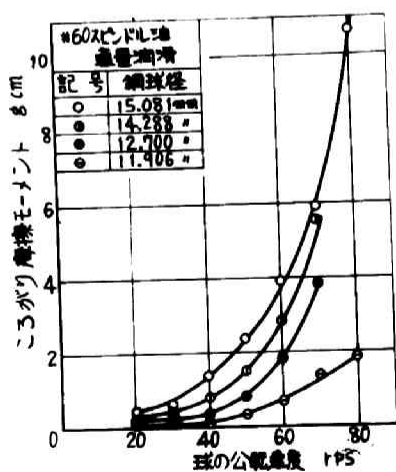
(i) ころがり摩擦は潤滑によって明らかに増加する。すなわち、極微量潤滑の場合のように極めて僅少な潤滑油の存在によっても摩擦は約 2 倍に増加し、適量潤滑とになれば 5~10 倍にも増加する。従来においても潤滑油の存在はころがり摩擦を減少させるものではないと云われていたが、高速においては著しく摩擦を増加せしめるものであることが明確にされた。これは潤滑剤の粘性抵抗に原因するものと考えられ、特に適量潤滑の場合にはほとんど流体摩擦抵抗と考えられる。このような性質は摩擦を少なくすべき潤滑剤本来の性質に反するものであり、ころがり摩擦を少なくするためには潤滑剤を与えない方がよいことになる。ただし 潤滑剤の存在は摩擦を少なくするから、ころがり摩擦面の潤滑剤が無益なわけではないが その量を多過ぎないようにすることが肝要である。(ii) 極微量潤滑、適量潤滑ともに荷重の影響はほとんどなく 主としてころがり速度の影響を受け しかもころがり速度の増大とともに著しく摩擦が増加する。なお 摩擦値のばらつきが相当あるが、これは潤滑油の給油量を各測定毎に正確に一定



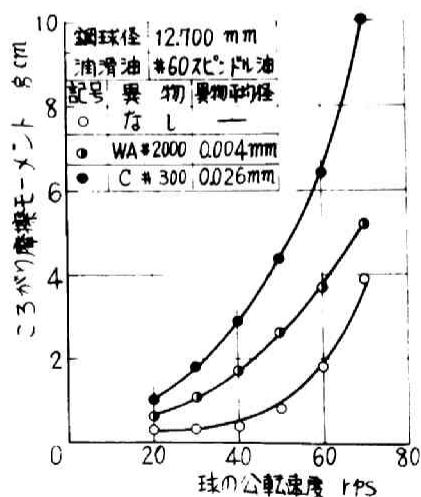
第 1.5.5 図



第 1.5.6 図



第 1.5.7 図



第 1.5.8 図

することが不可能であったために、油量の多少によって生じたばらつきであると考えらるべきである。次にオ1・5・5図は摩擦係数の値を示したものでころがり速度によって違いはあるが一様に $10^{-3}$ ~ $10^{-2}$ の値をとることがわかる。

#### (2) 潤滑油粘度ところがり摩擦との関係

オ1・5・6図に潤滑油粘度の影響を示す。使用した潤滑油を粘度の低い方から順にあげれば #60スピンドル油、#90タービン油、#200タービン油、航空用エンジン油であり、実験時の油温における粘度を図の横軸の相当する点にとった。図において極微量潤滑の場合には潤滑油粘度が大きく変化しても摩擦にはほとんど影響しないのに対し、適量潤滑の場合には場合には著しい影響のあることが示されている。このことは極微量潤滑が境界潤滑で、適量潤滑が流体潤滑に近いことを確認させるものである。

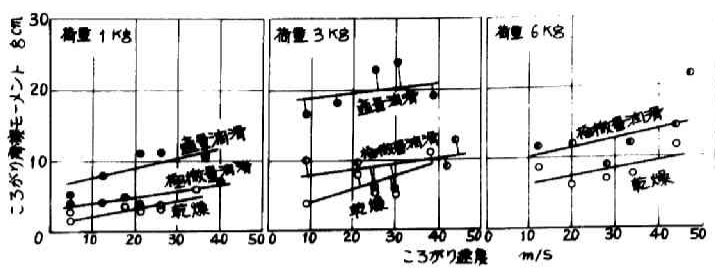
#### (3) 接触面積ところがり摩擦の関係

乾燥の場合同様鋼球の径を変化せしめて接触面の状態を変えころがり摩擦への影響を実験した。ただし 潤滑面では油膜を介して接触しており、接触面積としては くさび効果によって油膜に圧力が発生している部分を意味することにする。オ1・5・7図に示されるように 鋼球径の大なるほど摩擦は大きくなる。これは剪断を受ける油膜の範囲が 球径が大きくなるとともに広くなることから当然のことと考えられる。

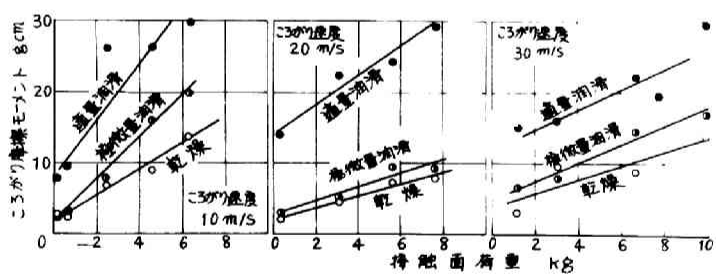
#### (4) 潤滑油中の混入異物の影響

実際のころがり軸受において潤滑油にゴミその他の異物が混入している場合は往々ある。このような場合のころがり摩擦についてこの検討を行うため 異物としてオ1・5・8図に示すようにWA砥粒の#2000とC砥粒の#300を用いて実験を行なってみた。この混入状態は#60スピンドル油10cc中に砥粒1g.の混合割合で、





第 1.5.9 図



第 1.5.10 図

適量潤滑の場合である。結果はオ1・5・8 図に示されたごとくで平均径が $4\mu$ の異物によってころがり摩擦は約2倍に  $26\mu$ の異物によっては約4倍になることがわかる。

#### オ4節 この高速度ころがり接触面の潤滑特性

この場合についてもオ3章オ4節に述べた乾燥の場合同様円筒ころ軸受 #NU308 の外輪ところを用い #60スピンドル油によって前節に記したと同じ方法で潤滑り、極微量潤滑および適量潤滑のそれぞれについて ころがり摩擦を測定した。オ1・5・9図およびオ1・5・10図は測定値をそれぞれころがり速度および接触面荷重について整理した結果である。乾燥、極微量潤滑、適量潤滑の順にころがり摩擦が大きくなるのは球の場合と同様であるが、それらの間の差は球の場合に比べてはるかに小さい。球の場合はオ1・5・4図に示すようにころがり速度に著しく影響され荷重の影響は少なかったが、ここではころがり速度よりもむしろ荷重の影響の方が著しい。これはこの乾燥の場合にも示された特徴であった。また潤滑面でもころの方が球の場合よりも摩擦は一徹に大きく、特に低速で著しく大きくなる。結局ほぼ同程度の重量を有する球とこのころがり摩擦を比較すれば乾燥の場合には大差をもってころの方が大きく、ついで極微量潤滑であり、適量潤滑の場合は余り大きな差はないが、ややころの方が大きいという結果になる。なお、低速でころと球の差が特に大きくなることが別の特徴として示されている。

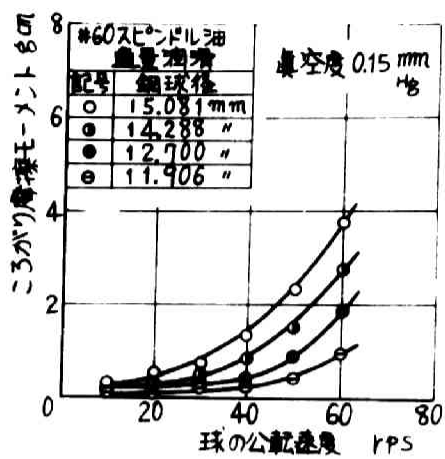
これらの性質は主としてつばとこの間のすべり摩擦が存在するために生じたものと考えられる。この点については乾燥面のころの摩擦を論じた際にも述べたが、潤滑面のころがり摩擦の結果を見ればより一層明らかになる。すなわち、この場合の摩擦モーメントの測定値はころと駆走面向のころがり接触面におけるころがり摩擦と、ころ、つば間のすべり接触面におけるすべり摩擦



との和として形成されている。前者のころがり摩擦は球の場合から類推して乾燥極微量潤滑 適量潤滑の順に増加すると考えられるが、一方のすべり摩擦は逆に上記の順に減少するはずである。特につば面のすべり摩擦は摩擦係数の減少のみでなく、その接触圧力も潤滑によって減少すべきものである。その理由についてはオ2編オ5章に詳述するのでここでは述べないが、ころがり接触面の油膜が厚くなれば、つばとこの間の接触圧力が少なくなるのである。結局両者の作用の結果としてころとつば間のすべり摩擦は、潤滑によって、特に適量潤滑によって著しく減少すると考えてよい。したがって乾燥 極微量潤滑 適量潤滑と変化するに依じて、全摩擦中にころがり摩擦の占める割合が大きくなり、適量潤滑の高速の場合には流体潤滑状態になり易いため大半がころがり摩擦部分であると考えられる。すなわちころの場合のころがり摩擦も本質的には球の場合と大差はないのであるが、つばとこの間のすべり摩擦によって違った性質が現われ、すべり摩擦の大きい乾燥の場合に特にころと球の差が著しく、潤滑によってすべり摩擦が少なくなるとともに両者の差が小さくなったものと考えることができる。ころの場合においてもなお極微量潤滑が乾燥の場合より大きな値を示していることはすくなくとも潤滑の場合においてころがり摩擦部分がすべり摩擦部分より大きいことを示すものである。

#### オ5節 真空中におけるころがり接触面の潤滑特性

潤滑油の蒸気は  $10^{-5}$  mmHg 程度であるから回転式真空ポンプで得られる程度の低真空度においては大気中の場合とほとんど変化はないと思われる。本節ではこの点を確かめると共に空気抵抗の存在しない場であらためて測定する目的で真空中における潤滑面のころがり摩擦を測定した。装置はオ3章で述べた真空中におけるころがり摩擦の測定装置をそのまま用い、本章オ2節にその方



第 1, 5, 11 図

法を記述した適量潤滑の状態で行なつた。ただし適量潤滑を施行する際はオノ・3・28図の蓋⑧を取り除いて行ない、潤滑油塗布完了後真空装置に連結した。

オノ・5・11図は得られた結果を示したもので、オノ・5・7図の空气中で実験した場合と比較して明らかなように、真空中の場合と空气中の場合との間にはほとんど差が存在していない。この事実から真空中でも特に高真空でない限りころがり摩擦は空气中と同じと考えてよく、またオノ3章で述べた空気抵抗の測定法の正確なことが再度確認されたものと考えてよい。

## オノ6節 結 言

本章ではオノ3章の乾燥面におけるころがり摩擦特性に対応して、潤滑面のころがり摩擦特性を明らかにした。実験は境界潤滑に近い極微量潤滑と流体潤滑に近い適量潤滑の2種の潤滑状態のもとにおいて行なわれ、次のような著しい特徴が明らかにされた。

(1) 潤滑によってころがり摩擦は増加し、油量が多くなるほど増加割合は著しい。すなわち一般の潤滑面におけるころがり摩擦はその大部分が潤滑油の流体摩擦によって占められる。

(2) 潤滑面のころがり摩擦係数は $10^{-3} \sim 10^{-2}$ としてよい。

(3) 潤滑油粘度の影響は非常に大きく、潤滑面のころがり摩擦が明らかに潤滑油の粘性に基因することを示している。

(4) 潤滑面のころがり摩擦は主としてころがり速度の影響を受け、速度の増加とともに増加するが荷重の影響は非常に少ない。

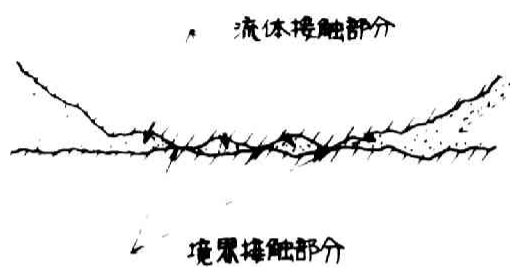
(5) 接触楕円面積の増加や、潤滑油中の浸入異物によって摩擦は増加する。

潤滑剤の影響のうち、摩擦を増加せしめる要素には潤滑油の粘着性による摩擦面の凝着および潤滑油の粘性による流体抵抗が考えられ、摩擦を減少せしめる要素としては潤滑剤本来の目的である金属接触の防止による摩擦の減少が考えられる。すべり摩擦に

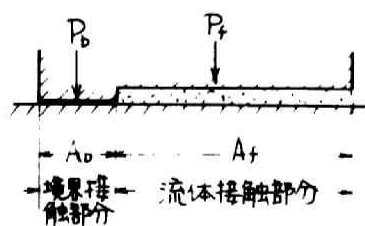


においては乾燥面同志の金属接触が超れば摩擦力は非常に大きなものとなるから、乾燥面における潤滑剤の介在が有効に作用して摩擦を少なくし、潤滑油による摩擦増加があつてもそれは問題にならないほど小さなものである。しかし、ころがり摩擦の場合には乾燥面でも摩擦は非常に小さいものであるから潤滑剤によって金属接触を防ぎ摩擦を減少せしめる量よりも、流体抵抗による摩擦増加の方がはるかに大きくなることが本章の実験結果によつて明らかにされたわけである。すなわち、ころがり摩擦を少なくするという点からのみいへば、潤滑剤はむしろ有害なものである。





第 1.6.1 圖



第 1.6.2 圖

## 第6章 高速度2次元ころがり接触面の 流体潤滑理論

### オノ節 緒 言

オノ章の潤滑面における高速度ころがり摩擦の実験結果によれば、適量潤滑程度、すなわち接触面に  $0.1mm$  程度の厚さの油層があらかじめ存在する場合のころがり摩擦は、そのほとんど大部分が潤滑油を剪断する際の粘性抵抗に基因するものであることが明らかにされている。潤滑面をころがる場合、その接触面はオノ1.6.1図のように、極く一部の固体あるいは境界接触部分と他の大部分を占める流体接触部分に分けられる。固体あるいは境界接触部分では油膜は存在しないか、或いは存在しても数分子層程度の境界油膜にかざられる。一方流体接触部分には、流体力学によって表現し得るような厚い油層が存在する。この状態を模型的に示すとオノ1.6.2図のごとくである。ここで流体接触部分の面積を  $A_f$ 、境界接触（固体接触の場合も含む）部分の面積を  $A_b$  とし、それぞれの部分の負担する荷重を  $P_f$ 、 $P_b$  とする。いまこの接触面がころがり接触面ではなく、すべり接触面であるとすれば、この接触面に働くすべり摩擦力  $F_s$  は境界接触部分の摩擦係数  $\mu_{sb}$ 、流体接触部分の摩擦係数を  $\mu_{sf}$  とすることによって

$$F_s = \mu_{sb} P_b + \mu_{sf} P_f \quad \text{-----}(1.6.1)$$

$A_b$  は大きくとも、いわゆる真実接触面積を越えることはないから  $A_b \ll A_f$  である。しかし境界接触部分の負荷能力は非常に大きく  $P_b/A_b \gg P_f/A_b$  となるので  $P_b$  の値は相当大きくなる。もし流体潤滑が十分に行なわれて  $A_b$  がほとんど零となり  $P_b \ll P_f$  となっても  $\mu_b$  は  $10^{-1}$  の次元であるに対し、 $\mu_f$  は  $10^{-3}$  の次元で



あるから  $\mu_b P_b$  の大きさは  $\mu_f P_f$  に比して小さくならない。  
すなわち すべり摩擦の場合にはその接触面に境界接触部分を含  
めば主として境界摩擦の性質があらわれる。これに対してころが  
り摩擦の場合には 接触面に平行な力  $F_r$  を仮定して  $F_r = M/r$   
( $M$  はころがり摩擦モーメント  $r$  は転動体の半径) とすれば  
(1.6.1) 式と同じように境界接触部分のころがり摩擦係数を  
 $\mu_{rb}$ 、流体接触部分のころがり摩擦係数を  $\mu_{rf}$  として

$$F_r = \mu_{rb} P_b + \mu_{rf} P_f \quad \text{-----}(1.6.2)$$

とあらわされる。この場合はオウ卓およびオウ5卓の実験結果によ  
って明確にされたごとく、 $\mu_{rb} < \mu_{rf}$  である。したがって潤滑面の  
ころがり摩擦に関しては たとえ境界接触を行なつていても ま  
たその部分の面積  $A_b$  が相当大きくとも

$$F_r \div \mu_{rf} P_f \quad (1.6.2')$$

が成り立つのである。したがって潤滑面のころがり摩擦は完全流  
体潤滑の可否にかかわらず 流体力学的な解析が可能である。

本章では2次元の場合について また次章では3次元の場合に  
ついてころがり接触面の流体潤滑理論を導き 実験結果によって  
検討する。

本章で取り扱う2次元の流体潤滑理論について現在までの発展  
を簡単に記述しておく。2つの円筒がころがり接触をなす場合  
接触面に存在する油が両面から圧される結果大きな圧力の発生す  
ることは容易に予想されるところであり ころがり軸受と司じく  
回転2円筒接触の問題を基礎課題とする歯車の流体潤滑の場合に  
古くから取り上げられ、Pepples<sup>26)</sup>, Gnatcombe<sup>27)</sup>, Hersey<sup>28)</sup>,  
Leavicki<sup>29)</sup>, Dörr<sup>30)</sup>, Weber<sup>31)</sup> ~~Saalfeld~~ ) 等が二円筒接触面  
の流体潤滑理論について、単純な場合から 境界条件の異なる場  
合 或いは粘度の圧力による変化を考慮した場合 或いは弾性変  
形を考慮した場合について それぞれ各種の方法で解を得ること



を試みている。本章では従来考慮されていなかった点を考慮してより一般的な理論を、オニ編で展開するころがり軸受の流体潤滑理論に適用可能な解として導く。すなわち、グリーンなどの非Newton流体の場合をも含め、更にすべりの存在、非定常荷重の負荷される場合をも考慮した理論を展開する。

## オニ節 基礎方程式の一般解

### (1) 記号の説明

- $A$  : 変動荷重の変動係数
- $\phi$  : 円筒またはころの巾
- $F$  : ころがり接触面に平行な摩擦力
- $F_c$  : 基準荷重  $P_c$  が負荷された場合の摩擦力
- $f(t)$  : 潤滑油膜の変化を表す函数
- $f_c$  : 振動数
- $g_t$  : 非定常荷重を表現する函数
- $h_1, h_2$  : 円筒1および2の表面の  $y$  座標
- $h_0$  : 最小油膜厚さ
- $h = h_2 - h_1$
- $h_A, h_B$  : Core zone の境界の  $y$  座標
- $h_a = h_A - h_1, \quad h_b = h_2 - h_B, \quad h_c = h_B - h_A$
- $H_a = h_a/h, \quad H_b = h_b/h, \quad H_c = h_c/h, \quad H^* = h^*/h$
- $H_{cm}$  :  $H_c$  の最大値
- $M$  : ころがり摩擦モーメント
- $P$  : 油膜の全圧力 (油膜の負荷能力)
- $P_c$  : 非定常荷重の基準荷重
- $p$  : 油膜の圧力
- $Q$  : 円筒単位巾を通過する潤滑油の流量
- $Q_0$  :  $V$  が零のときの  $Q$  の値



$$S = \tan^{-1}(x/\sqrt{2rk_0}), \quad S_a = \tan^{-1}(x_a/\sqrt{2rk_0}), \quad S_b = \tan^{-1}(x_b/\sqrt{2rk_0}), \\ S^* = \tan^{-1}(x/\sqrt{2rk_0})$$

$t$  : 時間

$U_1, U_2$  : 円筒1および2の円速度

$$U = (U_1 + U_2)/2$$

$u$  : 潤滑油の $x$ 軸方向の速度

$u_c$  : coreの $x$ 軸方向の速度

$v$  : 2円筒の接近速度

$x$  : ころがり接触面に平行な方向を持つ座標軸

$x_a, x_b$  : 油膜圧力が零になる位置の $x$ 座標

$x_1, x_2, x_3, x_4$  : core境界の $x$ 座標

$y$  : ころがり接触面に垂直な方向を持つ座標軸

$\eta$  : Bingham塑性体の塑性粘度

$\lambda$  : 非定常荷重の大きさを表現するパラメータ

$\mu$  : Newton流体の粘性係数

$\tau$  : 潤滑油の剪断応力

$\tau_0$  : Bingham塑性体の降伏剪断応力

$\omega$  : 振動荷重の角速度

$F_0, M_0, P_0, P_0$  :  $U$ が非常に小さい場合の $F, M, P, P$ の値

$x^*, x^*$  : 油膜圧力が最高になる位置の $x$ および $y$ の値

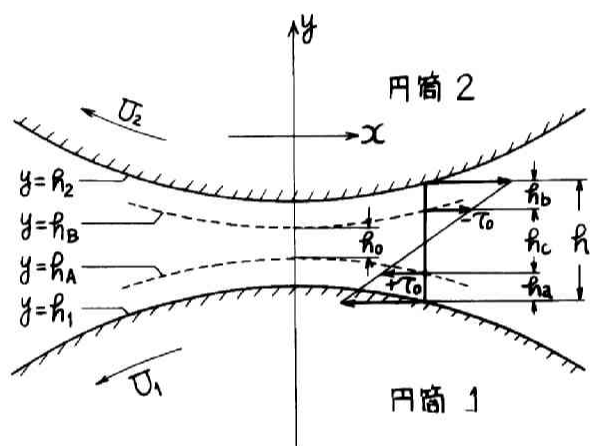
## (2) 一般理論

潤滑剤のうち最も一般的なものは油とグリースである。油はほぼ Newton 流体とみなされており 剪断応力 $\tau$ は

$$\tau = \mu \partial u / \partial y \quad \text{----- (1.6.3)}$$

によってあらわされる。一方グリースは非 Newton 流体でほぼ Bingham 塑性体の性質を示すと云われている。Bingham 塑性体ではその剪断応力は次式で表わされる。(記号についで前項で説明した)





第 1.6.3 図

$$\tau = \tau_0 + \eta \partial u / \partial y \quad \text{-----} (1.6.4)$$

本論文の実験にはグリース潤滑のものは含んでいないが理論としては完全を期するためにグリースと油の両者に適用できるものを導く。すなわち(1.6.4)式を基礎式として出発すればグリースの場合が得られるが、そこで降伏応力  $\tau_0 = 0$ 、塑性粘度  $\eta = \mu$  とおけば(1.6.3)式から出発すべき油の場合が得られることになる。

Navier-stokesの運動方程式および運動量保存の法則から

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \text{-----} (1.6.5)$$

が導かれる。たゞしこの場合普通の流体潤滑理論に適用される仮定 例えば圧縮性の無視、慣性項の無視などの仮定のもとに成立するものである。(1.6.5)式に(1.6.4)式を代入すれば

$$\frac{\partial u}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{-----} (1.6.6)$$

$y$  方向に圧力変化はないものとして 上式を積分すれば

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} y^2 + C_1 y + C_2 \quad \text{-----} (1.6.7)$$

$C_1, C_2$  は積分常数である。こゝがり接触面の状態はオ1.6.3図のごとくである。接触面にはさまれた部分の潤滑油中の剪断応力は種々の大きさになり 降伏応力  $\tau_0$  より小さい部分と大きな部分の両者が存在する。 $\tau_0$  より小さい部分では剪断が起らないのでその部分は core 状となる したがって core の部分が如何に発生するかをまず検討する必要がある。オ1.6.3図の破線で示したごとく、core は  $y = h_A$  から  $y = h_B$  までの面に存在するものとする。(1.6.7)式の積分常数は境界条件として  $y = h_1$  において  $u = -U_1$ 、 $y = h_2$  において  $u = -U_2$ 、 $y = h_A$  および  $y = h_B$  において  $u = -u_c$  を用いることによって速度分布が次の様に得られる。 $h_1 \leq y \leq h_A$  において



$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dx} (y-h_1)(y-h_a) + \frac{(y-h_a)U_1 - (y-h_1)U_c}{h_a-h_1} \quad \text{----- (1.6.7)}$$

$h_A \leq y \leq h_B$  において

$$u = -u_c \quad \text{----- (1.6.8)}$$

$h_B \leq y \leq h_2$  において

$$u = \frac{1}{2\eta} \frac{dP}{dx} (y-h_2)(y-h_b) + \frac{(y-h_b)U_2 - (y-h_2)U_c}{h_b-h_2} \quad \text{----- (1.6.9)}$$

これらの式を各領域内で積分すれば単位巾当りの流量  $Q$  が得られる。

$$Q = -\frac{1}{12\eta} \frac{dP}{dx} (h_a^3 + h_b^3) - \frac{1}{2} (U_1 h_a + U_2 h_b) - \frac{u_c}{2} (h + h_c) \quad \text{----- (1.6.11)}$$

core の境界 ( $y=h_A$ ,  $y=h_B$ ) において 速度勾配  $\partial u / \partial y$  は零でなければならないから、(1.6.8) および (1.6.9) 式から

$$\frac{dP}{dx} = \frac{2\eta(U_c - U_1)}{h_a^2} = \frac{2\eta(U_c - U_2)}{h_b^2} = \frac{2\eta(U_1 - U_2)}{h_b^2 - h_a^2} \quad \text{----- (1.6.12)}$$

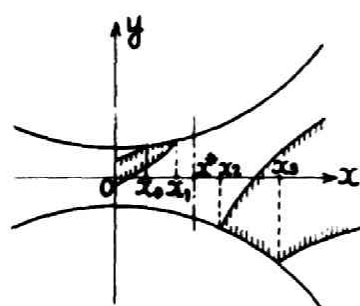
一方 core 中に (1.6.5) 式を適用すれば

$$dP/dx = \pm 2\tau_o/h_c \quad \text{----- (1.6.13)}$$

これらの式より  $u_c$  および  $h_c$  を求めて (1.6.11) に代入し 更に  $\partial Q / \partial x = \partial h / \partial t$  すなわち  $Q = Vx + Q_0$  を考慮すれば

$$\begin{aligned} -\frac{1}{12\eta} \frac{dP}{dx} (h_a^3 + h_b^3) - \frac{1}{2} (U_1 h_a + U_2 h_b) - \frac{h(U_1 h_b^2 - U_2 h_a^2)}{2(h_b^2 - h_a^2)} \\ \pm \frac{\tau_o}{2\eta} \frac{(U_1 h_b^2 - U_2 h_a^2)}{(U_1 - U_2)} = Vx + Q_0 \quad \text{----- (1.6.14)} \end{aligned}$$

(1.6.12), (1.6.13) および (1.6.14) の各式が2次元 (2円筒) のころがり接触面における流体潤滑の一般式である。これらを連立させて解くことにより 一般解が得られるが そのためにはまず core の形成状態を吟味しておく必要がある。



第 1.6.4 圖

### (3) coreの形成状態

まず coreの形成されない条件を考えると その領域では  $h_c=0$ ,  $h_a$  又は  $h_b=h$ ,  $u_c=U_1$  又は  $U_2$  でなければならない。これらの条件を(1.6.12)式に適用し  $h_a$  又は  $h_b < h$  を考慮すれば  $|dp/dx| \leq 2\eta|U_1-U_2|/h^2$  なる条件下で coreは形成されないことが明らかである。すなわち  $+\infty > x \geq 0$  の範囲において(本章における理論ではこの範囲のみを考え  $x < 0$  の領域は無視する。このような取り扱いは従来の Newton 流体による2次元の潤滑理論ではしばしば用いられていたものである)  $dp/dx$  が零に近い部分 すなわち最高圧力の発生点附近で上記の条件が満足され、coreは形成されない。ただし  $dp/dx$  が不連続の場合には全領域にわたって coreの形成されることもあり得る。いま  $U_2$  は常に  $U_1$  より大きいものと仮定すれば( $U_1 > U_2$  の場合は  $U_2 > U_1$  として得られた結果の添字1, 2を交換すれば直ちに得られる), オ(1.6.12)式から  $dp/dx > 0$  のとき  $h_a > h_b$  であり  $dp/dx < 0$  のときには  $h_b > h_a$  となることがわかる。これらの条件を考慮すれば coreの形成状態は一般的にオ(1.6.4)図の斜線で示したようになる。ここで  $x^*$  は最高圧力の発生する位置における  $x$  の値であり  $h^*$  は  $x=x^*$  における  $h$  の値である。

本章では  $x$  軸上の境界条件として便宜上  $x=0$  で  $p=0$  と仮定し、 $x < 0$  の部分は無視する。

$x=x^*$  の部分の油膜の断面を通過する潤滑油の流量は  $Q=-h^*(U_1+U_2)/2$  によって与えられるので これとオ(1.6.12)式をオ(1.6.11)式に代入すれば次の関係が得られる。

$$(U_1+U_2)h^* - \frac{2\eta(x-x^*)}{h} - \frac{1}{3}(U_1-U_2) \frac{H^2-H_aH_b+H_b^2}{H_b-H_a} - U_1H_a - U_2H_b(1+H_c) = 0 \quad \text{-----}(1.6.15)$$

この方程式によって coreの境界の  $x$  座標  $x_0, x_1, x_2, x_3$  が決定される。  $x_0$  と  $x_1$  の決定のためには条件として  $u_0=U_2, H_0=0,$



$H_a = 1 - H_c$  が用いられる。すなわち  $x_0 < x < x_1$  の範囲で(1.6.15)式は次のように書き換えられる。

$$H_c(x_0 < x < x_1) = \frac{3}{2h} \frac{(\bar{u}_2 + \bar{u}_1)k^* - 2V(x - x^*)}{\bar{u}_2 - \bar{u}_1} - \frac{2\bar{u}_2 + \bar{u}_1}{\bar{u}_2 - \bar{u}_1} \dots (1.6.16)$$

$x_1$  の値は上式において  $x = x_1$  のとき  $H_c = 0$  なる条件から得られる。

$$x_1 = \frac{1}{(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)} \left[ \sqrt{r^2 V^2 + (2\bar{u}_2 + \bar{u}_1) \left\{ (\bar{u}_2 + \bar{u}_1)(x^*) + 2rVx^* - r k_0(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \right\} - rV} \right] \dots (1.6.17)$$

ただし この場合 2 円筒間のすきまは  $k = k_0(1 + x^2/2rk_0)$  によって表わされる。

次に  $H_c$  の最大値  $H_{cm}$  を考えると 円筒表面で  $z = z_0$  で  $k_b = 0$  になる場合であるから(1.6.12), (1.6.13) 両式より

$$H_{cm} = 1 + \frac{\eta}{2z_0 h} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) - \sqrt{\left\{ 1 + \frac{\eta}{2z_0 h} (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \right\}^2 - 1} \dots (1.6.18)$$

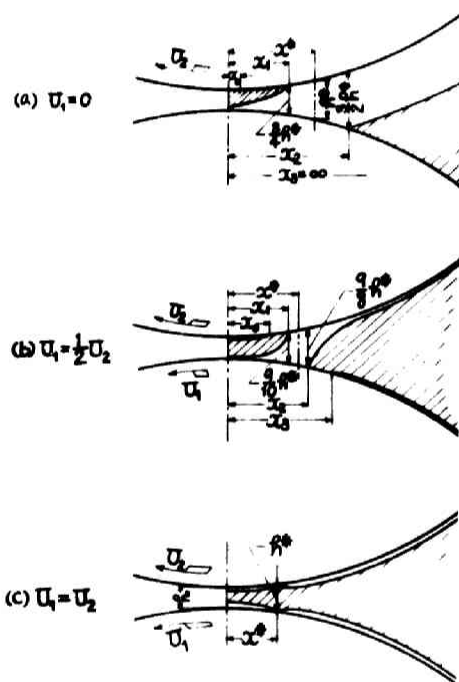
(1.6.16)式から得られる  $H_c$  の値は(1.6.18)式の値よりも常に小さくなくてはならないと云う条件から  $x_0$  は次の方程式の解として決められる。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4r^2} x_0^4 + \frac{V}{2\bar{u}_2} x_0^3 + \left\{ \frac{k_0}{r} + \frac{Vx^*}{\bar{u}_2} - \frac{\bar{u}_2 + \bar{u}_1}{2r\bar{u}_2} (k_0 + \frac{x^{*2}}{2r}) - \frac{\eta(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^2}{18z_0 r \bar{u}_2^4} \right\} x_0^2 \\ & + 2 \left\{ \frac{V k_0}{\bar{u}_2} - \frac{V^2}{\bar{u}_2^2} x^* - \frac{(\bar{u}_2 + \bar{u}_1)V}{2\bar{u}_2^2} (k_0 + \frac{x^{*2}}{2r}) - \frac{\eta V(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^2}{18z_0 \bar{u}_2^3} + \frac{\eta V(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^3}{18z_0 \bar{u}_2^3} \right\} x_0 \\ & - \frac{\eta(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^3}{18z_0 \bar{u}_2^3} \left\{ \frac{\eta(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)^2(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{18z_0 \bar{u}_2} + (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)(k_0 + \frac{x^{*2}}{2r}) + 2Vx^* \right\} = 0 \end{aligned} \dots (1.6.19)$$

$V = 0$  の場合には 上式は容易に解けて

$$\begin{aligned} x_{0(V=0)} = & \left\{ 2r \left\{ \frac{\bar{u}_2 + \bar{u}_1}{2\bar{u}_2} (k_0 + \frac{x^{*2}}{2r}) - k_0 - \frac{\eta(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^2}{18z_0 \bar{u}_2^4} \right. \right. \\ & \left. \left. + \sqrt{\frac{\eta(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)^3}{18z_0 \bar{u}_2^3} \left\{ \frac{\eta(2\bar{u}_2 + \bar{u}_1)^2(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)}{18z_0 \bar{u}_2} + (\bar{u}_2 + \bar{u}_1)(k_0 + \frac{x^{*2}}{2r}) \right\}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned} \dots (1.6.20)$$





第 1.6.5 圖

$\alpha_2, \alpha_3$  の決定に対しても同様な方法が適用可能であり 結果を記すと次のようである。

$$H_0(\alpha_2 < \alpha_3) = \frac{3}{2h} \frac{(U_2 + U_1)h^* - 2V(\alpha - \alpha^*)}{U_1 - U_2} - \frac{U_2 + 2U_1}{U_1 - U_2} \quad \text{----- (1.6.21)}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{(U_2 + 2U_1)} \left\{ \sqrt{r^2 V^2 + (U_2 + 2U_1) \left\{ \frac{3}{2}(U_2 + U_1)(\alpha^*)^2 + 2rV\alpha^* - r h_0(U_2 - U_1) \right\}} - rV \right\} \quad \text{----- (1.6.22)}$$

$$\alpha_3(V=0) = \left\{ 2r \left[ \frac{U_2 + U_1}{2U_1} \left( h_0 + \frac{\alpha^{*2}}{2r} \right) - h_0 - \frac{V(U_2 + 2U_1)(U_1 - U_2)^2}{18 \tau_0 U_1^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{\frac{V(U_1 - U_2)^3}{18 \tau_0 U_1^3} \left\{ \frac{V(U_2 + 2U_1)^2(U_1 - U_2)}{18 \tau_0 U_1} + (U_2 + U_1) \left( h_0 + \frac{\alpha^{*2}}{2r} \right) \right\}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (1.6.23)}$$

$V \neq 0$  のときの  $\alpha_3$  の値は (1.6.19) 式において  $U_1$  を  $U_2$  に  $U_2$  を  $U_1$  に、 $\alpha_0$  を  $\alpha_3$  に変換して得られる方程式の根である。

以上の関係はオ 1.6.5 図に示されるごとくで  $U_1 \leq U_2$  の場合  $U_1$  が零から  $U_2$  に近づくに従って (a), (b), (c) の順序で変化する。更に  $U_1 \geq U_2$  の場合には 図において円筒 1, 2 が互に入れ代った状態になる

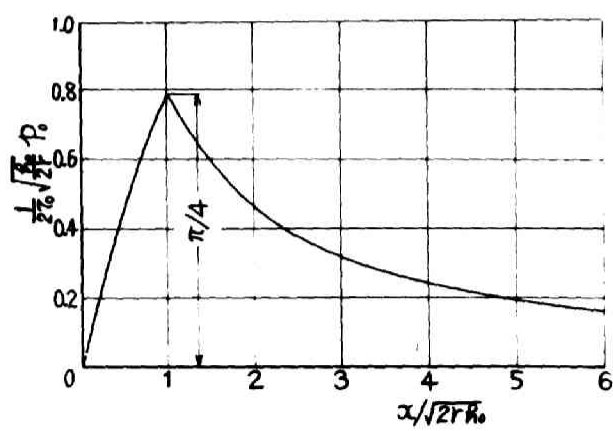
以上で core の発生する境界  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  が求められたので各区間でそれぞれの圧力分布を計算し 境界値を等しく合わせることによって一般の解が得られるが 特殊な場合を除いて数値解法による必要がある。

### オ 3 節 完全ころがり接触の場合の理論

本節では接触面にすべりが無い場合。すなわち両円筒の回転が等しく 接近速度もなく 定常状態でころがり接触をなす場合の解析を行なう。

#### (1) 圧力分布の理論

上述の条件のもとでは (1.6.12) 式から  $\alpha_2 = \alpha_3 = (\alpha - \alpha_c)^{\frac{1}{2}}$  が得られるので この関係に (1.6.12) および (1.6.13) 式から得られる



第 1.6.6 图

$h_c$  および  $u_c$  の式を考慮すれば(1.6.13)式は次のように変形し得る

$$\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx} - 3\alpha - \frac{4\alpha}{\left(\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx}\right)^2} = - \frac{12\eta(Q+hU)}{\tau_0 h^2} \quad \text{----- (1.6.24)}$$

$\alpha$  の値については  $x \leq x^*$  の領域内で  $\alpha=1$ ,  $x \geq x^*$  において  $\alpha=-1$  である。  $V=0$  であるから  $Q=-U h^*$  なることを考えれば上式は

$$\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx} - 3\alpha + \frac{4\alpha}{\left(\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx}\right)^2} = - \frac{12\eta U(h-h^*)}{\tau_0 h^2} \quad \text{----- (1.6.25)}$$

この式は  $(dp/dx)$  に関して3次方程式であるから 厳密な解を得ることは可能であるが 得られた解は非常に複雑なものとなるので取り扱いに不便である。本論文の最終の目的はころがり軸受の潤滑理論を導くことであり したがって本章で得られた解はオニ罐のころがり軸受の潤滑機構の解析の際に利用出来ることが必要である。その意味で(1.6.25)式を近似的に解くことを試みる。

まず  $U$  が非常に小さい場合(1.6.25)式は近似的に

$$\frac{h}{\tau_0} \frac{dp_0}{dx} = 2\alpha \quad \text{----- (1.6.26)}$$

と簡単にすることが可能である。上式で  $p_0$  とは  $U$  の小さい場合の  $p$  の値を意味する。これを積分して

$$\left. \begin{aligned} x \leq x^* \text{ にて } p_0 &= \frac{4\eta\tau_0}{\sqrt{2rh_0}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{2rh_0}} \\ x \geq x^* \text{ にて } p_0 &= \frac{4\eta\tau_0}{\sqrt{2rh_0}} \left( \frac{x}{2} - \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{2rh_0}} \right) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1.6.27)}$$

この場合、境界条件としては  $x=0$  において  $p_0=0$ ,  $x=\infty$  において  $p_0=0$  を採用した。上式で示される圧力分布はオニ罐の図のようである。最高圧力の発生する位置を示す  $x^*$  および  $h^*$  の値は(1.6.27)の両式がその奥で合致するという条件から次のように求められる。



$$x^* = \sqrt{2rh_0}, \quad h^* = 2h, \quad \text{-----}(1.6.28)$$

たゞし、こゝで問題になるのは  $x = \infty$  において  $p_0 = 0$  とする境界条件が、実際の場合に適合しない点である。諸言で述べた従来の流体潤滑理論の多くは、上の境界条件を採用しているが、後に全圧力を算出する際には圧力分布の式を積分する必要があり  $x = \infty$  まで積分することは数学的にも疑問がある。オス章の実験に用いた潤滑油の量は非常に少ないので、理論の適用される範囲は  $x = 0$  の近傍に限られる。したがって油膜圧力の発生する範囲は  $x = 0$  から  $x = x_a$  ( $x_a$  は  $x = 0$  から余り離れない位置にとる) までと定めるのがより实际的である。

この境界条件を採用すれば(1.6.27)のオ2式および  $x^*$ ,  $h^*$  は次のように変換される。

$$p_0 = \frac{4r\tau_0}{\sqrt{2rh_0}} \left( \tan^{-1} \frac{x_a}{\sqrt{2rh_0}} - \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{2rh_0}} \right)$$

$$x^* = \frac{2rh_0}{x_a} \left( \sqrt{1 + \frac{x_a^2}{2rh_0}} - 1 \right), \quad h^* = h_0 \left\{ 1 + \frac{2rh_0}{x_a^2} \left( \sqrt{1 + \frac{x_a^2}{2rh_0}} - 1 \right)^2 \right\} \quad \text{-----}(1.6.29)$$

(1.6.27)式と(1.6.29)式の間にはほとんど相違はないが、将来負荷能力や摩擦力を計算するために積分すれば非常に大きく相違してくるのである。

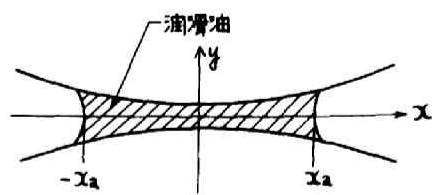
## (2) 負荷容量の理論

油膜の全負荷能力は(1.6.29)のオ1式を  $x = 0$  から  $x = x_a$  まで積分することによって得られる。いま  $S = \tan^{-1} x / \sqrt{2rh_0}$  なる変数変換を行なつて(1.6.29)式を積分すれば

$$P_0 = \int_0^{x_a} p_0 dx = \frac{4r\tau_0}{\sqrt{2rh_0}} \left\{ \int_0^{x^*} S dx + \int_{x^*}^{x_a} (S_a - S) dx \right\} = K_F r\tau_0$$

$$K_F = 4 \left( 2S^* \tan S^* + \log \frac{\cos^2 S^*}{\cos S_a} \right) \quad \text{-----}(1.6.30)$$

もし  $x_a$  を無限大にすれば  $P_0$  も無限大に増加する。したがっ



第 1 . 6 . 7 图

$\alpha_a$  は Newton 流体に因して従来行なわれて来たように無限大にすることは不可能で有限な値にしなければならない。實際上最適な  $\alpha_a$  の値は 1.6.7 図のように 2 円筒ころがり接触面で潤滑油が存在する最外端の  $\alpha$  座標を採用することである。(1.6.30) 式で負荷容量  $P_0$  は  $\tau_0$  の大きさに比例して増加し しかも  $U=0$  においてもなお負荷容量の存在することがわかる。ただしこれは潤滑剤のレオロジカルな性質の部分に原因するものでグリースのような非 Newton 流体の場合にのみ存在する負荷容量である。しこがって普通の油のような Newton 流体の場合 ( $\tau_0=0$  として得られる) は  $P_0=0$  となる。

次に  $U$  が或る程度大きい場合には (1.6.25) 式 of 非線型部分は無視できる程度に小さくなるので (逆に云えば 非線型項が無視できる程度に大きい  $U$  を考える) (1.6.25) 式は近似的に次のように簡単化される。

$$\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx} - 3\alpha = - \frac{12\eta U (h - h^*)}{\tau_0 h^2} \quad \text{----- (1.6.31)}$$

これを解けば  $0 \leq \alpha \leq \alpha^*$  にて

$$\left. \begin{aligned} & \frac{3\tau_0 \sqrt{2rh_0}}{h_0} S + \frac{4\eta U \sqrt{2rh_0}}{h_0^2} \sin S \cos^3 S + \frac{3\eta U \sqrt{2rh_0}}{8h_0^2} \Delta h^* (12S + 8\sin 2S + \sin 4S) \\ & \alpha \geq \alpha^* \text{ にて} \\ & \frac{3\tau_0 \sqrt{2rh_0}}{h_0} (S_a - S) + \frac{4\eta U \sqrt{2rh_0}}{h_0^2} (\sin S \cos^3 S - \sin S_a \cos^3 S_a) \\ & \frac{3\eta U \sqrt{2rh_0}}{8h_0^2} \Delta h^* \{ 12(S - S_a) + 8(\sin 2S - \sin 2S_a) + \sin 4S - \sin 4S_a \} \end{aligned} \right\} \text{--- (1.6.32)}$$

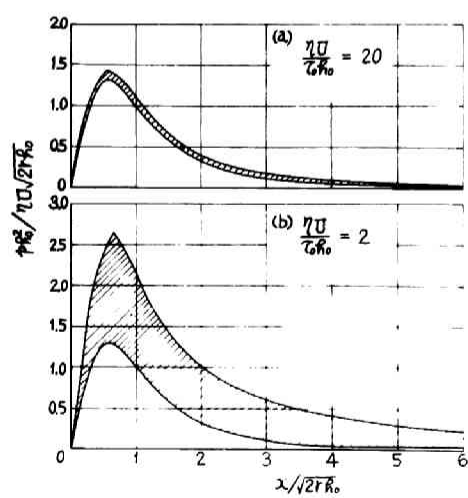
$$= \sqrt{2r \{ (h_0/3) + \Delta h^* \}}, \quad h^* = (4h_0/3) + h^*, \quad \tan S^* = \sqrt{1/3 + \Delta h^*/h_0} \quad \text{----- (1.6.33)}$$

こゝで  $\Delta h^*$  は次の方程式の解として得られる。

$$\frac{U}{\tau_0} \Delta h^* (12S_a + 8\sin 2S_a + \sin 4S_a) + \frac{4\eta U}{h_0^2} \sin S_a \cos^3 S_a + \frac{3\tau_0}{h_0} (2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\Delta h^*}{h_0}} - S_a) = 0$$

$U$  が大きくなれば  $\Delta h^*$  は著しく小さくなるので  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\Delta h^*}{h_0}}$  は





第 1.6.8 图

近似的に  $\pi/6$  とみなしてよい。したがって

$$* = \frac{8\mu_0 \tau_0}{\eta U} \left( S - \frac{\pi}{3} \right) \frac{1}{(12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0)} - \frac{32\mu_0 \sin S_0 \cos^3 S_0}{3(12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0)}$$

$$0 \leq x \leq x^*$$

$$\frac{\eta_0 \sqrt{2\mu_0}}{\mu_0} \left\{ S + \left( S_0 - \frac{\pi}{3} \right) \frac{12S + 8\sin 2S + \sin 4S}{12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0} \right\} + \frac{4\eta_0 \sqrt{2\mu_0}}{\mu_0^2} \sin S \cos^3 S \left\{ 1 - \frac{\sin S_0 \cos^3 S_0 (12S + 8\sin 2S + \sin 4S)}{\sin S \cos^3 S (12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0)} \right\}$$

$$x \geq x^* \text{ にて}$$

$$\frac{32\sqrt{2\mu_0}}{\mu_0} \left\{ \frac{x}{3} - S + \left( S_0 - \frac{\pi}{3} \right) \frac{12S + 8\sin 2S + \sin 4S}{12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0} \right\} + \frac{4\eta_0 \sqrt{2\mu_0}}{\mu_0^2} \sin S \cos^3 S \left\{ 1 - \frac{\sin S_0 \cos^3 S_0 (12S + 8\sin 2S + \sin 4S)}{\sin S \cos^3 S (12S_0 + 8\sin 2S_0 + \sin 4S_0)} \right\}$$

----- (1.6 34)

もし (1.6 34) 式にて  $\tau_0 = 0$  とすれば普通の Newton 流体の油の場合の圧力分布が得られる。オ (1.6 34) 式において  $\tau_0$  を含むオ 1 項  $\eta$  を含むオ 2 項とを比較するに  $U$  が十分大きくなった場合、オ 1 項には  $U$  を含まず、オ 2 項にのみ含まれるので  $U$  の増大に比例して、オ 1 項のオ 2 項に対する割合は小さくなり、 $U$  が十分大きければ、ほとんどオ 2 項のみで近似できる。すなわち、高速ではグースのような非 Newton 流体も油のような Newton 流体も  $\eta = \mu$  と同じ性質を示すことがわかる。オ 1.6 8 図は (1.6 34) 式でされる圧力分布を図示したものである。この場合便宜上  $x_2 = \infty$  した（圧力分布の場合は  $x_2$  の如何による影響は少ない）斜線をした部分は  $\tau_0$  によって支配される部分で、斜線のない部分は  $\eta$  によって支配される部分である。 $\eta U / \tau_0 \mu = 2$  の場合には  $\tau_0$  (オ 1 項) 効果は着しい。しかし  $U$  が増加するにしたがって、例えば図に示した  $\eta U / \tau_0 \mu = 20$  の場合のごとく、 $\tau_0$  の影響は着しく減少し、ほとんど無視できる程度にまでなる。

次にこの場合の全負荷容量  $P$  は (1.6 34) 式を  $x=0$  から  $x=x_2$  ままで積分することによって、次のように得られる。



$$\begin{aligned}
 P &= K_{pr} r b \tau_0 + K_p \eta \frac{4 \eta U r b}{h_0} \\
 K_{pr} &= 6 \left( \frac{\pi}{3} - S_a \right) \tan S_a - 6 \log \cos S_a + 6 \left( 2S^* - \frac{\pi}{3} \right) \tan S^* + 12 \log \cos S^* \\
 &\quad + \frac{12 \left( S_a - \frac{\pi}{3} \right) (1 + 6 S_a \tan S_a - \cos 2S_a)}{12 S_a + 8 \sin 2S_a + \sin 4S_a} \\
 K_p \eta &= 1 - \cos^2 S_a - \frac{4 \sin 2S_a (\cos^2 S_a + 3 S_a \sin 2S_a - 2 \sin S_a \cos^2 S_a)}{12 S_a + 8 \sin 2S_a}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} P \\ K_{pr} \\ K_p \eta \end{aligned}} \right\} \text{--- (1.6.35)}$$

ここで  $S^*$  は才(1.6.33)式より得られる (1.6.35) の才1式の才2項は Newton 流体の場合と同じ形である。  $S_a$  が有限の場合大きな  $U$  に対して才1項は才2項に比し十分小さいから 高速では非 Newton 流体の潤滑性能は Newton 流体のそれに等しくなる。

### (3) 摩擦の理論

2円筒1および2のこうがり接触面において接線方向に作用する摩擦力  $F_1$  および  $F_2$  は次のように与えられる。

$$F_i = -b \int_0^{x_0} \tau_i dx = -b \int_0^{x_0} \left( \pm \tau_0 + \eta \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=h_i} dx \quad (i=1,2) \text{--- (1.6.36)}$$

(1.6.8) または (1.6.10) 式の  $u$  を上式に代入すれば

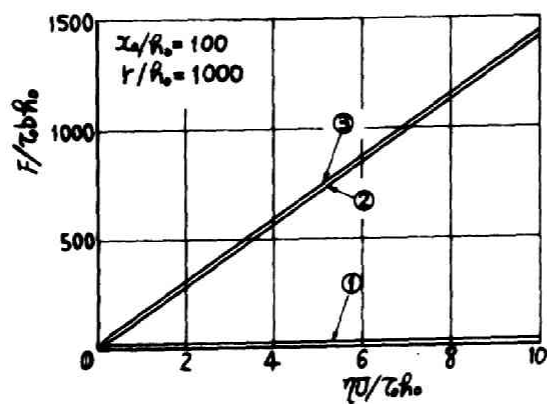
$$\begin{aligned}
 F_1 &= -b \int_0^{x_0} \left( \pm \tau_0 - \frac{dP}{dx} h_1 \right) dx \\
 F_2 &= -b \int_0^{x_0} \left( \pm \tau_0 - \frac{dP}{dx} h_2 \right) dx
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} F_1 \\ F_2 \end{aligned}} \right\} \text{--- (1.6.37)}$$

$U_1 = U_2$  であるから

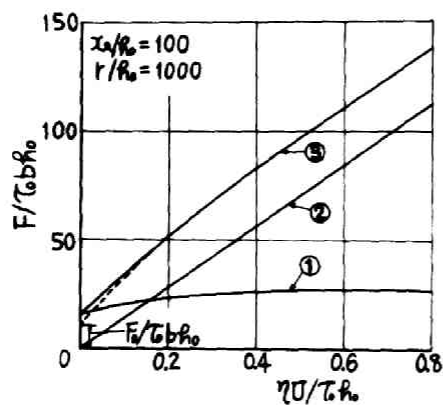
$$F_1 = F_2 = F = -b \int_0^{x_0} \frac{h}{2} \left( \frac{dP}{dx} \right) dx \quad \text{--- (1.6.38)}$$

$U$  が非常に小さい場合にはくこの場合の摩擦力を特に  $F_0$  として示す) (1.6.26) 式を用いて

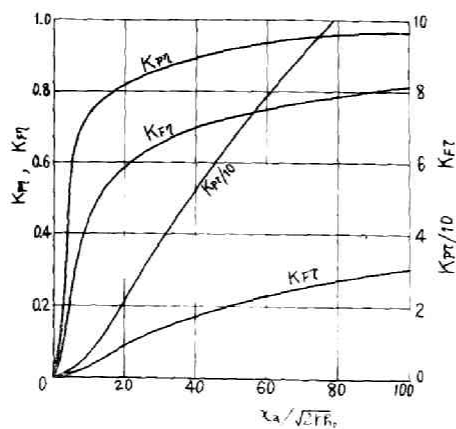
$$F_0 = K_{F_0} b \tau_0 x_2, \quad K_{F_0} = (1 - 2x^*/x_2) \quad \text{--- (1.6.39)}$$



第 1.6.9 图



第 1.6.10 图



第 1.6.11 图

大きな $U$ に対しては (1.6.31) 式を用いて(この場合の摩擦力は $F$ で示す)

$$\left. \begin{aligned} F &= K_{F2} b \tau_0 \sqrt{2\Gamma h_0} + K_{F\eta} \frac{\pi \eta U b \sqrt{2\Gamma h_0}}{h_0} \\ K_{F2} &= \left( \frac{3}{2} - \frac{3}{S_a} \tan S_a^* \right) \tan S_a \\ K_{F\eta} &= \frac{6}{\pi} \left( \frac{1}{3} S_a - \frac{1}{3} \sin 2S_a - \frac{1}{2} \frac{\Delta h^*}{h_0} S_a + \frac{1}{4} \frac{\Delta h}{h_0} \sin 2S_a \right) \end{aligned} \right\} \text{---(1.6.40)}$$

速度 $U$ と摩擦力 $F$ の関係は才 1.6.9 図に示される。図において曲線①は $\tau_0$ を含む項((1.6.40)式の才1項)の値であり、曲線②は $\eta$ を含む項(才2項)の値である。曲線③は①と②の和を示すものである。

速度 $U$ が増加するにしたがって $\tau_0$ の影響は少なくなり、非Newton流体とNewton流体の区別がなくなることが示されている。才 1.6.10 図は才 1.6.9 図の $U$ の小さい部分を拡大したもので、 $U=0$ のときの $F$ は $F_0$ に一致すべきであるから $U$ の小なる部分は図中破線で示したごとく変化するものと推定できる。これを式でいえば(1.6.39)式から(1.6.40)式への変化に対応する。

以上、負荷容量および摩擦力を導いたが各式におよぼす $\alpha_a$ の影響を図にしたものが才 1.6.11 図である。図において $K_{p\tau}$ 、 $K_{F2}$ は負荷容量の式の係数であり、 $K_{F2}$ 、 $K_{F\eta}$ は摩擦力の式の係数である。 $\alpha_a$ が増大すれば、いずれの係数も増加するが $K_{p\tau}$ 、 $K_{F\eta}$ は $\alpha_a = \infty$ において1に収束し、 $K_{p\tau}$ 、 $K_{F2}$ は無限大にまで増大するごとく、接触面を埋めている潤滑油の存在範囲の最外端における $\alpha$ 座標をとればよい。

#### 才4節 衝撃荷重に対する SQUEEZE FILM 負荷能力

ころがり接触をなす機械要素、例えばころがり軸受などが実際に使用される際には常に一定の荷重が負荷されるような場合は少なく、変動荷重、振動荷重、衝撃荷重などが多かれ少なかれ負荷



されているものである。また、面のびびりやうねりなども非定常な荷重が作用したと同じ効果をおよぼす。このような場合については次節で取り扱うが、本節ではこの基礎となる衝撃荷重のみが作用する場合の解析を行なう。すなわち(1.6.24)式において  $Q = Vx$ ,  $V = 0$  とおけば この場合の基礎式が得られる。本節では円筒の回転していない場合を取り扱うわけである。結局

$$\frac{h}{r_0} \frac{dp}{dx} - 3\alpha + \frac{4\alpha}{\left(\frac{h}{r_0} + \frac{dp}{dx}\right)} = - \frac{12\eta V x}{r_0 h^2} \quad \text{----- (1.6.41)}$$

ここで  $\alpha$  は  $x \geq 0$  のとき  $-1$  を,  $x \leq 0$  のとき  $1$  をとる。すなわちこの場合 圧力分布は  $x=0$  において最大となり  $y$  軸に関して対称となる

$\eta$  の十分小さい値に対しては 前節と同様にして、 $(h/r_0)(dp/dx)$  が近似的に  $2$  となるから これを積分して、圧力分布と全負荷容量はそれぞれ次式で与えられる。

$$p_0 = \frac{4\eta r_0}{\sqrt{2r}h_0} (S_2 - S) \quad \text{----- (1.6.42)}$$

$$p_0 = K_{S0} r_0 \eta, \quad K_{S0} = -2 \log |\cos S_2| \quad \text{----- (1.6.43)}$$

この場合境界条件としては  $x = \pm x_2$  にて  $p_0 = 0$  を採った。

次に  $\eta$  が或る程度大きい場合には(1.6.41)式の左辺第3項は近似的に無視できる程度に小さくなる。したがって圧力分布および全負荷容量はそれぞれ次のようになる。

$$p = \frac{3\eta \sqrt{2r}h_0}{h_0} (|S_2| - |S|) + \frac{6\eta r V}{h_0^2} (\cos^2 S - \cos^2 S_2) \quad \text{----- (1.6.44)}$$

$$P = K_{S2} r_0 \eta + K_{SV} \frac{3\pi \eta r V \sqrt{2r}h_0}{2h_0^2} \quad \text{----- (1.6.45)}$$

$$K_{S2} = -2 \log |\cos S| \quad K_{SV} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{2} S_2 - \frac{1}{8} \sin 4S_2 \right)$$

上式において第1項はいずれも  $\eta$  によって支配され 速度の影響を受けない。これに対して第2項は  $\eta$  によって支配され 接近速度  $V$  に比例して増減する。





# オ5節 非定常荷重を受ける場合の理論

前節において述べたように 回転機械の軸受部には 各部の振動が重複して複雑な振動荷重 或いは変動荷重が負荷されている。本節では2次元のころがり接触面に このような非定常荷重の負荷される場合について 解析を行なう。非定常荷重下では油膜厚さは常に変動しており  $V \neq 0$ ,  $U \neq 0$  でなければならず ころがり接触面のすきまを通過する流量は  $Q = V(x - x^*) - U h^*$  となるのでこれを(1.6.24)式に代入すれば

$$\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx} - 3\alpha + \frac{4\alpha}{\left(\frac{h}{\tau_0} \frac{dp}{dx}\right)^2} = - \frac{12\eta \{V(x-x^*) + U(h-h^*)\}}{\tau_0 h^2} \quad (1.6.46)$$

丁および $V$ がいずれも十分小さい場合については非定常荷重がほとんど作用していないことを意味しているものであり このような場合を解析してもほとんど無意味である。そこで $U$ または $V$ が或る程度大きく 左辺第3項が無視できる場合について論議することにする。(1.6.46)式は上記の条件のもとに積分されて圧力分布が次式のように得られる  $x < x^*$  にて

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{3\tau_0 \sqrt{2r h_0}}{h_0} (S - S_0) + \frac{6\eta U \sqrt{2r h_0}}{h_0^2} (S + S_0 + \frac{1}{2} \sin 2S - \frac{1}{2} \sin 2S_0) + \frac{6\eta r V}{h_0^2} (\cos^2 S - \cos^2 S_0) \\ &\quad + \frac{3\eta \sqrt{2r h_0}}{h_0^2} (V x^* + U h^*) \left( \frac{3}{2} S - \frac{3}{2} S_0 + \sin 2S - \sin 2S_0 + \frac{1}{8} \sin 4S - \frac{1}{8} \sin 4S_0 \right) \\ x > x^* \text{にて} \\ p &= \frac{3\tau_0 \sqrt{2r h_0}}{h_0} (S_a - S) + \frac{6\eta U \sqrt{2r h_0}}{h_0^2} (S - S_a + \frac{1}{2} \sin 2S - \frac{1}{2} \sin 2S_a) - \frac{6\eta r V}{h_0^2} (\cos^2 S - \cos^2 S_a) \\ &\quad + \frac{3\eta \sqrt{2r h_0}}{h_0^2} (V x^* + U h^*) \left( \frac{3}{2} S - \frac{3}{2} S_a + \sin 2S - \sin 2S_a + \frac{1}{8} \sin 4S - \frac{1}{8} \sin 4S_a \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.6.47)$$

こゝで  $x^*$  と  $h^* (= h_0 + x^*/2r)$  は次の方程式の解として得られる。

$$\begin{aligned} \tau_0 (S_1 + S_0 - 2S^*) - \frac{2\eta U}{h_0} (S_a - S_0 + \frac{1}{2} \sin 2S_a - \frac{1}{2} \sin 2S_0) + \frac{2\eta r V}{h_0 \sqrt{2r h_0}} (\cos^2 S_0 - \cos^2 S_a) \\ - \frac{\eta}{h_0^2} (\sqrt{2r h_0} V \tan S^* + U h_0 \tan^2 S^* + U h_0 X \frac{3}{2} S_a - \frac{3}{2} S_0 + \sin 2S_a - \sin 2S_0 + \frac{1}{8} \sin 4S_a - \frac{1}{8} \sin 4S_0) = 0 \end{aligned} \quad (1.6.48)$$



(1.6.47) 式を導く際に用いた境界条件は  $x=x_a$  および  $x=x_b$  において  $p=0$  なる条件である。 $x_a$  は潤滑油の流入側において圧力が零になる位置であり、先述した通り潤滑油の存在範囲から決定することができる。しかし  $x_b$  は流出側において圧力の零になる位置であり、流出側では負圧が発生する可能性もある程であるから、潤滑油の存在する最外端の他にも圧力の零になる位置はあり得るので  $x_b$  を定めるためには他の適当な方法がとられなければならない。そこでいま次のような仮定をする。(1.6.44) 式の Squeeze film の効果によって得られる  $x < 0$  の領域における正圧と (1.6.34) 式から得られる  $x < 0$  の領域における負圧とが  $x=x_b$  ( $x_b < 0$ ) において互いに打ち消し合って圧力が零になると考えるのである。この条件は次のように書くことができる

$$\tau_0(S_a - S_b) + \tau_0 \left( \frac{1}{3} \sin 2S_a - \frac{1}{3} \sin 2S_b + \frac{1}{12} \sin 4S_a - \frac{1}{12} \sin 4S_b \right) + \frac{6\eta rV}{h_0 \sqrt{2r h_0}} (\cos^2 S_b - \cos^2 S_a) + \frac{\eta U}{h_0} (\sin 2S_a - \sin 2S_b + \frac{1}{2} \sin 4S_a - \frac{1}{2} \sin 4S_b) = 0 \quad \text{----- (1.6.49)}$$

(1.6.48) 式に (1.6.49) 式の関係を考慮すれば次のように変形できる

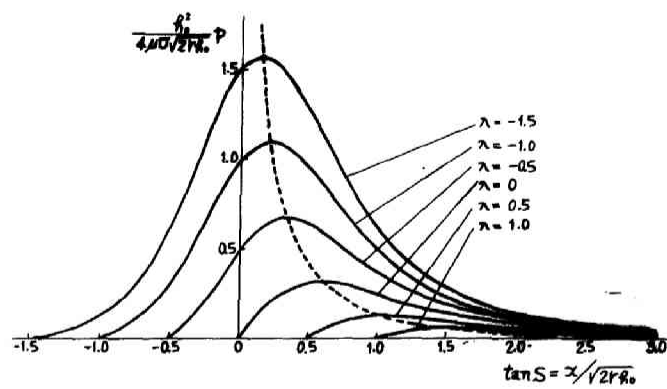
$$\begin{aligned} & (\sqrt{2r h_0} V \tan S^* + U h_0 \tan^2 S^* + U h_0) = \frac{\eta}{h_0^2} (V x^* + U h_0^*) \\ & \frac{\eta U}{h_0} \frac{\tau_0(S_a + S_b - 2S^* + S_a/3 + S_b/3 + \frac{1}{9} \sin 2S_a + \frac{1}{9} \sin 2S_b + \frac{1}{36} \sin 4S_a + \frac{1}{36} \sin 4S_b) + \frac{\eta U}{h_0} (\frac{2}{3} \sin 2S_a + \frac{1}{3} \sin 4S_a)}{\frac{3}{2} S_a - \frac{3}{2} S_b + \sin 2S_a - \sin 2S_b - \frac{1}{8} \sin 4S_a - \frac{1}{8} \sin 4S_b} \\ & \frac{4}{3} \frac{\eta U}{h_0} + D \tau_0 \quad \text{----- (1.6.50)} \end{aligned}$$

潤滑油がころがり接触面のすきまを埋める範囲が十分大きくて  $x_a = \infty$  すなわち  $S_a = \pi/2$  とおけるならば (1.6.47) 式は (1.6.48), (1.6.49) および (1.6.50) 式を用いて、次のように整理される

$$p = \frac{4\eta U \sqrt{2r h_0}}{h_0^2} \sin S \cos^3 S + \frac{6\eta rV}{h_0^2} \cos^4 S + D \tau_0 \quad \text{----- (1.6.51)}$$

ここで  $D$  の値は  $S < S^*$  のとき

$$= \frac{\sqrt{2r h_0}}{h_0} \left\{ 3S - 4S_b + \frac{1}{3} \sin 2S_b + \frac{1}{12} \sin 4S_b + \frac{\pi}{2} + D' \left( \frac{3}{2} S - \frac{3}{2} S_b + \sin 2S - \sin 2S_b - \frac{1}{8} \sin 4S + \frac{1}{8} \sin 4S_b \right) \right\}$$



第 1.6.12 圖

$S > S^*$  のとき

$$D = \frac{\sqrt{2}r\dot{\alpha}_0}{h_0} \left\{ -3S - D' \left( \frac{3}{2}S - \frac{\pi}{2} + \sin 2S + \frac{1}{8} \sin 4S \right) \right\}$$

Newton 流体では  $\tau_0 = 0$  であるから 粘度を  $\eta$  とすれば

$$P = \frac{4\eta U_0 \sqrt{2}r\dot{\alpha}_0}{h_0^2} \sin S \cos^3 S + \frac{6\eta rV}{h_0^2} \cos^4 S \quad \text{----- (1.6.52)}$$

この場合の圧力分布の変化状態を示したのがオ 1.6.12 図である  
図には非定常の状態を示す無次元数  $\alpha (= 3rV/2\sqrt{2}r\dot{\alpha}_0 U)$  をパラメータとして示した。

前節において述べたように  $U$  または  $V$  が大きくなれば  
(1.6.51) 式の  $\tau_0$  を含む右辺の 3 項は  $\eta$  および  $U$ ,  $V$  を含むオ 1,  
或いはオ 2 項に比して非常に小さくなり 無視しても差支えない  
程度になる。したがって (1.6.51) 式 (1.6.52) 式に簡略される。こ  
のことは  $U$  または  $V$  の大なる場合には非 Newton 流体と Newton  
流体が同じ式によって表示されることを意味するものである。  
オ 1.6.11 図に明らかなように  $K_{p\eta}$ ,  $K_{F\eta}$  ともに  $\alpha_a \rightarrow \infty$   
( $\dot{\alpha}_a \rightarrow \infty$ ) において 1 に収束するので  $\alpha_a$  が或る程度大きければ  
 $\alpha_a = \infty$  として  $\alpha_a$  が有限の場合と余り大きな差はない。オ  
 $K_{p\tau}$ ,  $K_{F\tau}$  は上述の  $U$  または  $V$  の大なる場合に考える必要がない  
から オ (1.6.51) 式を導く際に境界条件として  $\alpha_a = \infty$  としたこ  
とは妥当なわけである。(1.6.52) 式を積分すれば、全圧力は

$$P = \int_{x_0}^{x_a = \infty} b p d\alpha = \frac{4\eta U_0 b}{h_0} - \frac{3\eta V_0 b \sqrt{2}r\dot{\alpha}_0}{h_0^2} \cot^{-1} \left( \frac{3rV}{2U_0 \sqrt{2}r\dot{\alpha}_0} \right) \quad \text{----- (1.6.53)}$$

いま非定常荷重  $P$  を  $P = P_0 f(t)$  としてあらわし  $P_0$  を一定の基準  
荷重とし  $f(t)$  をもって時間に対する非定常荷重を表限する函数  
と定める。オ 荷重の変動に応じて最小油膜厚さ  $h_0$  も変動する  
ので この場合の変動函数を  $g(t)$  とし  $h_0 = h_{00} g(t)$  として示す。  
これらを用いて (1.6.53) 式を整理すれば ( $V = d\dot{\alpha}_0/dt$  を考慮する、

$$h_0 f(t) = \frac{1}{g(t)} - \dot{h}_0 \frac{1}{2[g(t)]^{3/2}} \frac{dg(t)}{dt} \cot^{-1} \left( \dot{h}_0 \frac{1}{2[g(t)]} \frac{dg(t)}{dt} \right) \quad \text{----- (1.6.54)}$$



こゝで

$$k_0 = \frac{R_c k_{00}}{4\eta U r_0} \quad k = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{2} R_c k_{00}}{U} \quad \text{----- (1.6.55)}$$

$k_{00}$  を基準荷重  $R_c$  のみが定常に負荷されたときの  $k_0$  の値と定めるならば  $k_0 = 1$  となり (1.6.55) 式は再度書き直されて

$$f(t) = \frac{1}{G^2} \left\{ 1 - k \frac{dG}{dt} \cos t - \left( k \frac{dG}{dt} \right)^2 \right\} \quad \text{----- (1.6.56)}$$

こゝで  $G \equiv \sqrt{g(t)}$  である。非定常荷重と油膜厚さの関係はこの微分方程式を解くことによつて明確にされる。(1.6.56) 式を展開すると

$$f(t) = \frac{1}{G^2} \left\{ 1 - \frac{\pi}{2} k \frac{dG}{dt} + \left( k \frac{dG}{dt} \right)^2 - \frac{1}{3} \left( k \frac{dG}{dt} \right)^3 + \dots \right\} \quad \text{----- (1.6.57)}$$

( $k dG/dt$ ) の 4 次以上の項を省略すれば

$$f(t) \approx \frac{1}{G^2} \left\{ 1 - \frac{\pi}{2} k \frac{dG}{dt} + \left( k \frac{dG}{dt} \right)^2 \right\} \quad \text{----- (1.6.58)}$$

(1.6.55) 式に明らかなように  $k$  は分母に  $\eta$  を含むので  $\eta$  が大きければ  $k$  は十分小さくなり、( $k dG/dt$ ) の値も  $dG/dt$  が特に大きくない限り相当小さく保つことが可能である。(1.6.58) は (1.6.57) の 4 次以上を省略したものであるから  $k dG/dt < 1$  なる制限を課することにする。すなわち  $f(t)$  としては

$$k \left| \frac{dG(t)}{dt} / f(t) \right| \leq 1 \quad \text{----- (1.6.59)}$$

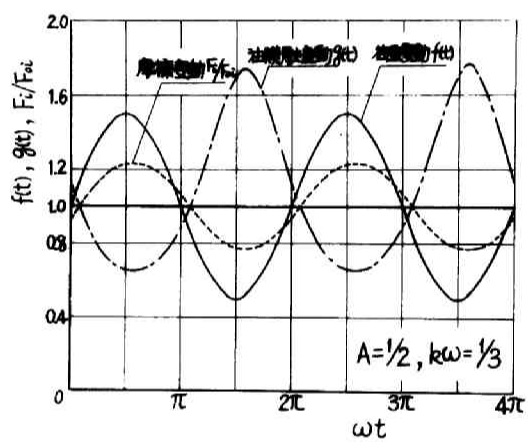
なる条件を満足すれば (1.6.58) 式を適用できる。上述のように  $k$  は  $\eta$  が大きいとき非常に小さくなるので、普通の定常荷重に於ては十分適用可能である。非定常荷重を次のような形で与える。

$$g = 1 + 2\beta \sin \omega t + \frac{\pi}{2} k \beta \omega \cos \omega t + \beta^2 \sin^2 \omega t + \frac{\pi}{2} k \beta^2 \omega \cos^2 \omega t + \beta^3 \sin^3 \omega t \quad \text{----- (1.6.60)}$$

このとき (1.6.58) 式は解けて

$$f(t) = (1 + \beta \sin \omega t)^{-2} \quad \text{----- (1.6.61)}$$





第 1.6.13 圖

$g(t) > 0$  でなければならぬから  $|\beta| < 1$  である。実際の軸受に作用する振動荷重は基準荷重に比較すれば十分小さいものである。したがって  $|\beta| \ll 1$  としち差支えなく (1.6.60) 式における  $\beta^2$  の項は他の項に比して省略することができる。したがって  $f(t)$  と  $g(t)$  の関係は次のように変換される。

$$f(t) = 1 + A \sin \omega t$$

$$g(t) = \left\{ 1 + \frac{2A}{\sqrt{16 + \pi^2 k^2 \omega^2}} \sin\left(\omega t - \tan^{-1} \frac{\pi k \omega}{4}\right) \right\}^{-2} \quad \text{----- (1.6.62)}$$

なお 振動荷重のように基準荷重に対する変動荷重の大きさが大きく  $|\beta| \ll 1$  の関係が成立しない場合には基準荷重そのものを変動させればよい。また衝撃荷重の場合には 前節の理論を利用すればよい。

(1.6.62) 式の関係を図示すれば才 1.6.13 図のようである。正弦函数の荷重変動に対して油膜厚さの変動は位相おくれがあり、厚さの減少は少なく、厚さの増大は大である。したがって 油膜厚さの最大、最小の平均をとれば 振動荷重の平均値が定常的に負荷される場合の油膜厚さよりも厚くなる。

次に - の場合の摩擦力は

$$F = \int_{S_0}^{S_a = \frac{\pi}{2}} \frac{k}{2} \left( \frac{dp}{dx} \right) dx = \frac{7.75 \sqrt{2} F A_0}{\pi_0} \left\{ \pi + 2 \tan^{-1} \left( k \frac{dg}{dt} \right) - \frac{4 k dg/dt}{1 + (k dg/dt)^2} + \frac{4}{3} \frac{(k dg/dt)^3}{\left\{ 1 + (k dg/dt)^2 \right\}^{3/2}} - \frac{16}{7} \frac{k dg/dt}{\left\{ 1 + (k dg/dt)^2 \right\}^{3/2}} \right\} \quad \text{----- (1.6.63)}$$

ここで  $S_0 = \tan^{-1} \left( k \frac{dg}{dt} \right)$  (この関係は (1.6.48) 式で  $\tau_0 = 0$  とおけば得られる) なる関係を用いた。

(1.6.63) 式は (1.6.62) 式の  $g(t)$  を代入することによって振動荷重の振幅  $A$  と角速度  $\omega$  の函数としてあらわされそれが  $k \frac{dg}{dt} < \frac{1}{2}$  なる条件のもとで便宜上  $(k dg/dt)^2$  以上の項を 1 に対して無視できるものとする。



$$\begin{aligned}
 F &= \frac{\eta U b \sqrt{2r} h_0}{h_0} \left\{ \pi - \frac{34}{9} h \frac{d\zeta}{dt} \right\} \\
 &= \eta U b \sqrt{2r} \left\{ 1 + \frac{2A}{\sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \sin \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right) \right\} \\
 &\times \left\{ \pi + h \frac{\frac{62 A \omega}{9 \sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \cos \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right)}{\left\{ 1 + \frac{2A}{\sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \sin \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right) \right\}^2} \right\} \quad \text{----- (1.6.62)}
 \end{aligned}$$

基準荷重  $P_0$  が負荷されたときの摩擦力を  $F_0$  とすると

$$\begin{aligned}
 \frac{F}{F_0} &= 1 + \frac{2A}{\sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \sin \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right) \\
 &+ \frac{\frac{62 A \omega}{9 \sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \cos \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right)}{\left\{ 1 + \frac{2A}{\sqrt{16 + \pi^2 h^2 \omega^2}} \sin \left( \omega t - \tan^{-1} \frac{\pi h \omega}{4} \right) \right\}^2} \quad \text{----- (1.6.63)}
 \end{aligned}$$

この摩擦特性は既出の図 1.6.13 に示される。摩擦力の変化は油膜厚さの変化と同じく、荷重変化に対して位相おくれがあるが、摩擦の変化量は油膜厚さの変化量に、らべて小さい。しかも摩擦変動の平均値は荷重変動の平均値が一定に負荷されたときの摩擦力 ( $F_0$ ) にほぼ等しい。したがって摩擦を論ずる場合微小な振動荷重の影響等を特に考慮する必要はないわけである。

## 第6章 すべりを含むころがり接触の場合の理論

ころがり接触面が完全に流体油膜によって潤てられれば、両接触面は容易にすべることが可能である。もし、すべりが存在するならば接触面間の油膜中に形成される  $cme$  はオ 1.6.5 図の (a) 或いは (b) のようになり、その境界  $x_0, x_1, x_2, x_3$  はそれぞれ (1.6.17), (1.6.22), (1.6.23) の各式から計算する必要がある。また圧力分布はそれらの境界で区切られる各領域においてそれぞれ導く必要がある。たゞし、この場合の解析的な解を得ることは実際上不可能である。しかしながら、前節において明らかにされた事実、すなわち、その効果は速度が高速になれば無視し得る程度に小さくなることを考えれば、すべりの存在する場合で



もこの仮定のもとに理論を展開して差支えないものと推定できる。油のような Newton 流体で潤滑する場合にはこのような仮定をする必要はない。したがって本節では Newton 流体の場合の理論をすべりの存在する場合について導き、非 Newton 流体の場合には高速の場合に近似的に適用できるものと考えことにする。

基礎方程式は(1.6.2), (1.6.13) および(1.6.14)式において  $z_0=0$ ,  $\nabla=0$ ,  $\eta=\mu$  とおくことによって得られる。 $\mu$  は Newton 流体の粘度であって、非 Newton 流体の場合には  $\eta$  を用いなければならない。

$$\frac{1}{12\mu} \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{h - h^*}{h^3} = 0 \quad \text{----- (1.6.66)}$$

したがって圧力分布および負荷容量は

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{2\mu(U_1 + U_2)\sqrt{2r}h_0}{h_0} \sin 5\cos^3 S \left\{ 1 - \frac{\sin 5a \cos^2 5a (12S + 8a \sin 2S + \sin 4S)}{\sin 5\cos^3 S (12S + 8a \sin 2S + \sin 4S)} \right\} \\ p &= K p_0 \frac{2.4(U_1 + U_2)rb}{h_0} \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1.6.67)}$$

境界条件としては  $x=0$  および  $x=x_a$  で  $p=0$  なる条件をとった。

一円筒1, 2の表面に作用する摩擦抵抗はそれぞれ次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= \frac{KF\eta \pi \mu b \sqrt{2r}h_0}{2h_0} (3U_1 - U_2) \\ F_2 &= \frac{KF\eta \pi \mu b \sqrt{2r}h_0}{2h_0} (3U_2 - U_1) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (1.6.68)}$$

いま円筒1を駆動円筒、円筒2を被動円筒と定め、円筒2は接触面に働く摩擦力のみによって駆動されるものとするれば、運転状態が定常のとき  $F_2=0$  になるべきである。(円筒2には他の力は働かないものとする) したがって

$$U_2 = U_1/3 \quad \text{----- (1.6.69)}$$

$$F_1 = \frac{4}{3} KF\eta \pi \mu b \sqrt{2r}h_0 \frac{U_1}{h_0} \quad \text{----- (1.6.70)}$$



$U_1 = U_2$  の場合の摩擦力は  $F_f = K_F \pi \mu b \sqrt{2 F A_0} / h_0$  で与えられるので すべりを考慮した場合にはすべりの存在しない場合に比して  $4/3$  倍になることがわかる。また負荷容量は (1.6.69) 式を (1.6.67) 式に代入して

$$P = K_F \pi \delta \mu (U_1 + U_2) i b / 3 h_0 \quad \text{----- (1.6.71)}$$

したがってすべりを考慮しない場合の  $4/3$  に減少することがわかる。

## オ7節 理論結果の検討

本章で取扱った理論は2次元の場合であるから オ5章の実験のうち、このころより摩擦の測定結果によって理論と実験の比較をすることが出来る。まず 実験の場合に この回転の際生じるすべりの有無を検討するために この端面に塗料で印を記し、転走面を回転させ、ころは公転させずに自転のみをさせる。(空気を噴射しなければころは公転せず、転走面の下部で自転のみを行なう) この場合ころより接触面に作用する荷重はころの自重のみであるから 流体潤滑の最も起り易い状態にある 理論によれば完全流体潤滑状態では (1.6.67) 式で示される大きさのすべりが生ずる筈である。この端面に附した印を用いてストロボによりころの回転速度を測定し 転走面の回転速度と比較して このすべりを算出すればオ1.6.1表のようである。表中に示した数字はころの周速と転走面周速の差の転走面周速に対する100分比である。乾燥面ではほぼ完全にすべりはなく #60 スピンドル油で潤滑すれば僅少ながらすべりが発生し そのすべりは回転速度とともに増加する しかも理論で得られるすべりは (1.6.69) 式から  $(U_1 - U_2) / U_1 = 0.667$  となり約 67% であるから、#60 スピンドル油潤滑の場合のすべりはほとんど問題にならないう程度に微小である。このことは 接触面が完全な流体潤滑ではなく 一部に金属接触





オ 16.1 表 ころのすべり

回転速度 (rpm)		2000	4500	7200	10300
乾燥ころがり面におけるすべり (%)		0	0	0	2
潤滑ころがり面に おけるすべり (%)	#60スピンドル油潤滑	1	3	6	10
	航空用エンジン油	12	22	—	—

を含むことを意味するものである。またころの端面とつばとの接触面におけるすべり摩擦はすべりを少なくする方向に切くから理論で得られるすべり量までは容易に達し得ないものである。しかし、粘度の高い航空用エンジン油では表に明らかなように大きなすべりが生じており、高速になれば理論値に漸近することが予想される。

オ 16.1 表のころに関する実験は #60 スピンドル油で潤滑した場合のみについて行なわれたすべりのない場合の理論を適用すべきである。(航空用エンジン油で潤滑された場合のころがり摩擦は、相当大きくなるため、測定不可能であった。摩擦力は (16.46) 式から得られるが式中には  $\mu_0$  を含むので、これを消去するために (16.35) 式から  $\mu_0$  を求めて代入すれば

$$F = \frac{KF_2}{\sqrt{K_0\eta}} \sqrt{\frac{\pi^2 D^2 \omega P}{2}} \quad \text{----- (16.72)}$$

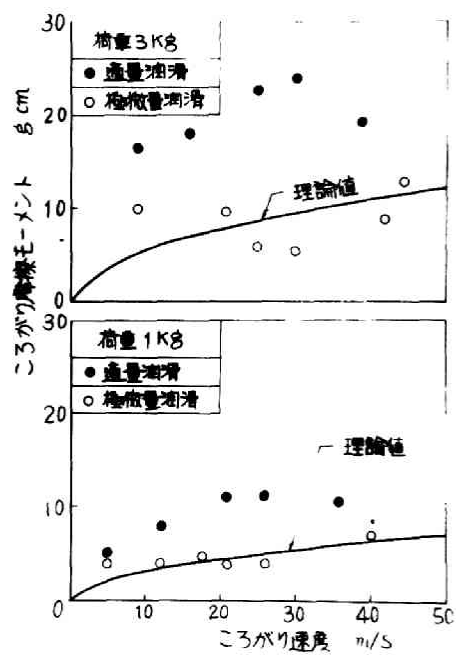
摩擦モーメントを算出するためには摩擦仕事の平衡を考えればよい。オ 16.3 図の 2 円筒面において単位時間に消費される摩擦仕事を  $L$  とすれば、

$$L = F_1 U_1 + F_2 U_2 = 2FU \quad \text{----- (16.73)}$$

一方、実験の場合、ころがり速度  $U$  になるとき単位時間、摩擦仕事  $L$  は

$$L = 2M\omega \quad \text{----- (16.74)}$$

$\omega = 2U$  を考慮して  $L = L'$  とおけば



第 1.6.14 図

$$M = Fr = \frac{KF\eta}{\sqrt{K\rho_0}} \sqrt{\frac{\pi^2 r^2 U b P}{2}} \quad \text{----- (1.6.75)}$$

として摩擦モーメントが得られる。その値としては #60 スピンドル油の実験の際の室温における粘度 ( $1.42 \times 10^{-7}$  Kpoec/cm<sup>2</sup>) をとり実験に用いたころの各寸法を代入して 摩擦モーメントを計算すれば 1.6.14 図の理論値として指示した曲線のようになる。なお上式の  $KF\eta/\sqrt{K\rho_0}$  の値は 1.6.11 図から明らかになる値で  $k_2/k_0=2.0$  のとき 2.65,  $k_2/k_0=100$  のとき 2.23 となるので、その平均値とり 0.74 と仮定した。図中に記入した実験値によって理論との比較を行なうことができる。理論値は適量潤滑の実験値の約  $1/2$ , 極微量潤滑の実験値とは ほぼ同じ程度の値となる。流体潤滑の適用できるのは極微量潤滑の場合よりもむしろ適量潤滑の場合であつて、この場合の値は実験値が理論値の約 2 倍となり、必ずしも多い一致とは云い得ない。しかし実験値にはつはとの間のすべり摩擦を含んでおり、ころがり面のみ摩擦を考えれば、更に理論値のさらに近づくことが考えられるので、本章で述べた理論は実験によってうけつけられるものと考えて差支えない。またこのことは潤滑面におけるころがり摩擦が潤滑油の粘性に基づく流体摩擦であることを意味するものであつ

## オ 節 結 言

本章では 2 次元のころがり接触面における流体潤滑理論を導いた。理論は 油 (ニュートン流体) と グリース (非ニュートン流体) の両者に適用可能なもので、完全ころがり接触の場合、衝撃荷重を受ける場合、変動荷重を受ける場合、およびすべりを伴ふ場合の各場合について圧力分布、負荷容量、摩擦特性を示す式を明らかにした。また 1.5 章の実験結果と比較することによって理論の妥当性が証明された。結局本章の理論によって 2 次元のころがり接触面における潤滑特性が明確にされたものと考えらる。



## 第7章 高速度3次元ころがり接触面の 流体潤滑理論

### オ / 節 緒 言

オ6章で展開した2次元の理論に引き続き 本章では3次元ころがり接触面の流体潤滑理論を導く。ころがり軸受のうち玉軸受はころ軸受よりもはるかに多く使用されるものであり 特に高速では玉軸受を使用する割合が多くなるから そのころがり接触面の潤滑特性を解明するに必要な3次元の理論を導くことは重要な問題である。またオ5章の実験のうち転動体として ころ(2次元)を使用した場合には、つばとのすべり摩擦を避けることができないため、純粋なころがり摩擦を測定し得なかったが 転動体として球を使用した場合の結果は完全に純粋なころがり摩擦と考えられるので理論の検討をする際にも非常に便利である。

前章において述べたように流体摩擦の理論は 接触面がたとえ固体或いは境界接触をなしていても適用できるものであるが、3次元のころがり接触面ではこの考え方をより確実に適用できる。すなわち オ1・フ1図のごとく 転動球と転走面の接触状態を転動球の進行方向と平行な方向から見ると 潤滑油が存在しない場合には固体接触をなす部分Ⅰと、完全に両接触面が離れている部分Ⅱとがあるが 潤滑すれば 両領域とも潤滑油で満たされ 領域Ⅰは もし完全流体潤滑になれば油膜で隔てられるが 油膜の負荷能力が十分でない場合には一部に境界接触を含むことになる。一方領域Ⅱは常に完全流体潤滑状態にあることは当然である。転動面の場合には領域Ⅰの分によつて摩擦が形成されるが 潤滑面では両者の和によつてころがり摩擦が形成される。すなわち それぞれの部分に基因する摩擦モーメントを  $M_L, M_H$  とすれば



$$M = M_I + M_{II}$$

----- (1.7.1)

$M_I$ は2次元の接触面の場合と同様な性質を持つもので、すきまの大きさに大きく影響されるから、ころがり速度のほかに荷重が影響するはずである。しかし領域IIは荷重の変化によってもそのすきまはほとんど変化しないから、 $M_{II}$ の値はころがり速度のみによって支配されると考えられる。領域Iの面積は僅少であるから、転動球の半径と転走面の溝曲率半径とが接近している場合（玉軸受はこの場合である）には領域IIの面積がはるかに大きくなり  $M_{II} > M_I$  となり得る。したがってこのような場合のころがり摩擦は荷重の影響は少なく、主としてころがり速度に支配されることになる。事実オス章の潤滑の場合の実験結果においても、ころがり摩擦は荷重の影響を大きく受けるが、球の場合はころがり速度のみに影響されている。

3次元の場合には接触面積が少なく、単位面積当りの負荷が大きくなるため、容易に完全な流体潤滑が起らないことが懸念されるが、上述の議論によつて、たとえ境界接触を含む場合でも摩擦の値は流体潤滑理論によつて取り扱い得るものであることが明らかである。ただし、油膜厚さを定めるときに、上述のことを考慮する必要がある。

3次元の流体潤滑理論に関する従来の研究としては、П.П.Каппи-lla<sup>39)</sup>がReynoldsの偏微分方程式の一特解を導いたのみであるが、この特解は後述するごとく境界条件を十分満足しないため矛盾を生じている。そこで以下には近似解ではあるがより合理的な解を導く。なお、3次元の理論は2次元の場合に比し、はるかに複雑なので、非ニュートン流体、変動荷重の負荷される場合などは省略し、最も基礎的な場合のみを取扱う。





## 第2章 基礎方程式

### (1) 記号の説明

$h$  : ころがり接触面のすきま(油膜の厚さ)

$h_0$  : 最小すきま値(尤も最小値)

$M$  : 摩擦モーメント

$p$  : 油膜の圧力

$P$  : 油膜の全圧力(負荷容量)

$r_{1x}, r_{1y}, r_{2x}, r_{2y}$  :  $x=0, y=0$  における2曲面の  $x-z$  面および  $y-z$  面による切断面の曲率半径

$U_1, U_2$  : 2曲面の接触部分の周速度

$U = (U_1 + U_2)/2$

$x, y, z$  : 接触面の最小すきま点を原点とする座標軸で、ころがり方向に平行にしかる接触面に平行に  $x$  軸を、 $x$  軸に垂直で接触面に平行に  $y$  軸を、接触面に垂直方向に  $z$  軸をとる。

$x_0, y_0$  : 油膜圧力が零になる位置の  $x$  および  $y$  座標

$x'_0, y'_0$  : 全圧力および摩擦の計算の際用いる積分範囲

$\alpha = 1/2r_x$

$\beta = 1/2r_y$

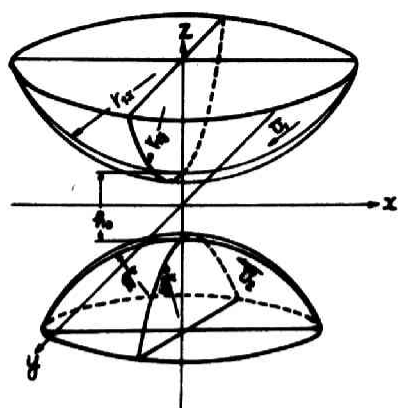
$\mu$  : 潤滑油粘度

### (2) 基礎方程式

一般にすきまを隔てたる次元曲面間の定常なる層状流れに対しては圧縮性および慣性力を無視するとき、次式の関係が導かれている<sup>(4)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = - \left( \frac{U_1 + U_2}{2} \right) \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{----- (7.2)}$$

この式を解くためにはまず曲線の形によって定まる  $h$  の大きさを  $x$  および  $y$  の函数として表現する必要がある  $x=0, y=0$  にお



第 1.7.2 圖

ける  $x$ - $z$  面および  $y$ - $z$  面で切断される曲面の曲率半径を  
 図 1.7.2 図に示されるように  $r_{1x}$ ,  $r_{1y}$  および  $r_{2x}$ ,  $r_{2y}$  とし  
 $r_x = r_{1x} \cdot r_{2x} / (r_{1x} + r_{2x})$ ,  $r_y = r_{1y} \cdot r_{2y} / (r_{1y} + r_{2y})$  とすれば曲面  
 の間隔は次の 2 項級数によって表わすことができる

$$h = h_0 \left( 1 + \frac{x^2}{2r_x h_0} + \frac{y^2}{2r_y h_0} + \frac{x^4}{8r_x^3 h_0^3} + \frac{y^4}{8r_y^3 h_0^3} + \frac{x^6}{16r_x^5 h_0^5} + \frac{y^6}{16r_y^5 h_0^5} + \dots \right) \quad (1.7.3)$$

油膜圧力の発生する範囲は最小すきま奥の近傍のみと考えると  
 から 上式の 2 次までの項で近似すると

$$h = h_0 + \frac{x^2}{2r_x} + \frac{y^2}{2r_y} \quad (1.7.4)$$

これを (1.7.2) 式に代入すれば

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( h^3 \frac{\partial P}{\partial y} \right) = -24\mu U \alpha x \quad (1.7.5)$$

ここで  $\alpha = 1/2 r_x$ ,  $U = (U_1 + U_2)$  である。(1.7.5) 式が 3 次元流体  
 潤滑理論の基礎式である。

### 第 3 節 負荷容量および圧力分布の理論

#### (1) 油膜圧力分布

油膜の圧力  $P$  は上式の解として得られるが この厳密解を得る  
 ことは困難であるから 近似解として次式を仮定する

$$\begin{aligned} P = & (K_0 + K_{x1}) \frac{x}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2} + K_{x2} \frac{x}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)} + K_{x3} \frac{x y^2}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2} \\ & + K_{x4} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\alpha}{h_0}} x \right) + K_{y1} \frac{|y|}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2} + K_{y2} \frac{|y|}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)} \\ & + K_{y3} \frac{x^2 |y|}{(h_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2} + K_{y4} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\beta}{h_0}} |y| \right) + C \end{aligned} \quad (1.7.6)$$

ここで  $K$  は定数で それぞれ次の様である。



$$\begin{aligned}
K_0 &= \frac{12\alpha\mu U}{3\alpha+2\beta} & K_{x1} &= (3C_1-4)\mu U \frac{3\alpha^2(2\alpha+3\beta)}{(3\alpha+2\beta)(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)} \\
K_{x2} &= (3C_1-4)\mu U \frac{3\alpha(2\alpha+3\beta)}{2\beta(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)} \\
K_{x3} &= (3C_1-4)\mu U \frac{3\alpha\beta(2\alpha-\beta)}{2\beta(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)}, & K_{x4} &= (3C_1-4)\mu U \frac{3}{2\beta} \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \\
K_{y1} &= C_2\mu U \frac{3\beta^2(3\alpha+2\beta)}{(3\beta+2\alpha)(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)}, & K_{y2} &= C_2\mu U \frac{3\beta(3\alpha+2\beta)}{2\beta(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)} \\
K_{y3} &= C_2\mu U \frac{3\alpha\beta(2\beta-\alpha)}{2\beta(2\alpha^2+3\alpha\beta+2\beta^2)}, & K_{y4} &= C_2\mu U \frac{3}{2\beta} \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}
\end{aligned}$$

----- (177)

(176) 式は仮定された式であるので その適合性を確かめるために、(176)、(177) 式を (175) 式に代入すれば

$$\frac{\partial}{\partial x}(\beta^3 \frac{\partial P}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\beta^3 \frac{\partial P}{\partial y}) = -24\mu U \alpha x \left\{ 1 + \frac{3C_1-4}{8} \frac{(\beta/\alpha)x^2}{(1+2\alpha^2/\beta)} + \frac{C_2}{8} \frac{(\alpha/\beta)y^2}{(1+\beta^2/\alpha)} \right\}$$

----- (178)

流体潤滑を問題とする部分は接触点の近傍のみであるから 油膜に圧力が発生する領域が  $\sqrt{\alpha/\beta}|x| < 1$ ,  $\sqrt{\beta/\alpha}|y| < 1$  を成立せしめるような  $x, y$  の範囲内であれば  $|3C_1-4|/8 < 1$ ,  $|C_2|/8 < 1$  の条件下において (178) 式の右辺 2, 3 項は 1 に対して無視することが可能で (176) 式は (175) 式を満足させる近似解と考えることができる。また適当な境界条件のもとで  $|3C_1-4|/8 \ll 1$ ,  $|C_2|/8 \ll 1$  が成り立つならば (176) 式は更に大きい  $x, y$  の範囲にまで使用することが可能になる。  $C, C_1, C_2$  は積分常数であるが 特に  $C_1 = 4/3$ ,  $C_2 = 0$  とおけば

$$P = \left\{ K_0 x / (\beta_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2 \right\} + C$$

----- (179)

となり И. П. Капниза<sup>37)</sup> の得た特解に帰着する。この特解は厳密解ではあるが 積分常数が 1 個しかなく 境界条件を 1 個所定めれば圧力分布は一意的に定まってしまうものであり 3 個所の境界条件から圧力分布を計算し得る (176) 式の方が実際の場合に適するものと考えられる。なお (176) 式で  $\beta=0$  とおけば前章



で解析した2次元の場合が得られる

オノ 7.2 図において 両曲面の回転軸は  $x$  軸に垂直で 原点は  
最小すきまの位置にとつてゐるから 圧力分布は  $x-z$  面に対称  
となり 境界条件として  $x$  軸上の  $x=x_a, x=x_b (x_b > x_a)$ , お  
よび  $y$  軸上の  $y=\pm y_0$  において  $p=0$  を採るのが最も合理的で一  
般的である。この条件より (6) 式の積分常数を求めるに次の様にな  
る。

$$C_1 = -\frac{D_1}{3D} + \frac{4}{3}, \quad C_2 = -\frac{D_2}{D}, \quad C = -\frac{D_3}{D} \quad \text{----- (7.10)}$$

こゝで

$$\left. \begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} G_2(x_a, 0) & G_3(x_a, 0) & 1 \\ G_2(x_b, 0) & G_3(x_b, 0) & 1 \\ G_2(0, |y_0|) & G_3(0, |y_0|) & 1 \end{vmatrix} \\ D_1 &= \begin{vmatrix} G_1(x_a, 0) & G_3(x_a, 0) & 1 \\ G_1(x_b, 0) & G_3(x_b, 0) & 1 \\ G_1(0, |y_0|) & G_3(0, |y_0|) & 1 \end{vmatrix} \\ D_2 &= \begin{vmatrix} G_2(x_a, 0) & G_1(x_a, 0) & 1 \\ G_2(x_b, 0) & G_1(x_b, 0) & 1 \\ G_2(0, |y_0|) & G_1(0, |y_0|) & 1 \end{vmatrix} \\ D_3 &= \begin{vmatrix} G_2(x_a, 0) & G_3(x_a, 0) & G_1(x_a, 0) \\ G_2(x_b, 0) & G_3(x_b, 0) & G_1(x_b, 0) \\ G_2(0, |y_0|) & G_3(0, |y_0|) & G_1(0, |y_0|) \end{vmatrix} \end{aligned} \right\} \text{----- (7.11)}$$

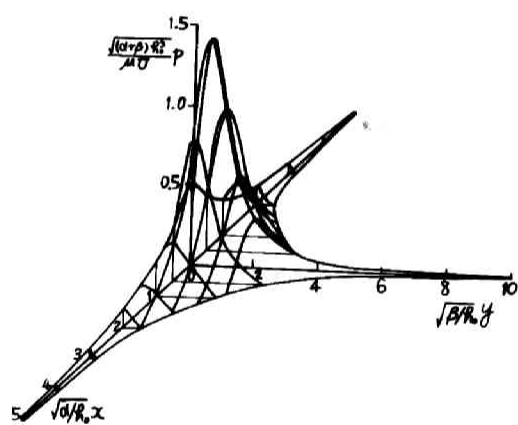
また

$$G_1(x, y) = K_0 x / (\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2$$

$$G_2(x, y) = K'_1 x / (\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2 + K'_2 x / (\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2) \\ + K'_3 \frac{x y^2}{(\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)^2} + K'_4 \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\alpha}{\kappa_0}} x \right)$$

$$G_3(x, y) = K'_5 \frac{|y|}{(\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)} + K'_6 \frac{|y|}{(\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)} \\ + K'_7 \frac{x^2 |y|}{(\kappa_0 + \alpha x^2 + \beta y^2)} + K'_8 \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\beta}{\kappa_0}} |y| \right)$$





第 1.7.3 图

$$K'_{xi} = \frac{K_{xi}}{(3C_i - 4)} \quad K'_{yi} = \frac{K_{yi}}{(3C_i - 4)} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad \text{----- (1.7.12)}$$

したがって(1.7.6)式は書き直されて

$$p = G_1(x) - \frac{D_1}{D} G_2(x) - \frac{D_2}{D} G_3(x) - \frac{D_3}{D} \quad \text{----- (1.7.13)}$$

圧力分布の例として、オ5章の実験に用いた転走面(46308の  
外輪軌道で  $r_{2x} = -40.05 \text{ mm}$ ,  $r_{2y} = -8.06 \text{ mm}$ )上を直径15.08mmの  
鋼球がころがる場合に接触面に形成される油膜の圧力を  $\sqrt{\alpha/h_0} x_0 = -1$   
 $\sqrt{\alpha/h_0} x_0 = 10$ ,  $\sqrt{\beta/h_0} y_0 = 10$  の場合について計算する。ただし、こ  
で考慮すべきことは(1.7.6)を成立させる条件として  $\sqrt{\alpha/h_0} |x| < 1$ ,  
 $\sqrt{\beta/h_0} |y| < 1$  が成立するか或いは  $|3C_i - 4|/8 \ll 1$  が成り立つ必要か  
あった。前者の条件は上の境界条件から成立しないので、後者の  
条件について検討する必要がある。各数値を計算すれば  $(3C_1 - 4)$   
 $= 0.001584$ ,  $C_2 = 0$  を得るから(1.7.6)式は十分な精度で成立す  
ることがわかる。オ1.7.5図は圧力分布の計算結果である。最小  
すきまの近傍で大きな圧力が発生している。図には  $x < 0$  の部分  
を示していないが、この部分には負圧が生じたり。また  $x$  或いは  
 $y$  の大きい領域では(1.7.6)式の誤差が大きくなる。2次元の場合  
には  $x < 0$  の領域を無視したがそれと同じ理由で  $x < 0$  のみを  
考えるだけで差支えはない。

## (2) 負荷容量

負荷容量は油膜の全圧力として得られるから(1.7.6)式を積分  
して得られる。

$$P = \iint p \, dx \, dy \quad \text{----- (1.7.14)}$$

しかし積分範囲を定めるため  $p=0$  になる  $x-y$  面上の曲線を見  
出すことは(1.7.6)式で  $p=0$  とおいた方程式を  $y$  または  $x$  につ  
いて解くことであり、解析的解を得ることは不可能である。そこ  
で、圧力の高い部分は極く狭い領域内のみであることに着目し



積分を行なう範囲を  $0 < x < x'_b$ ,  $0 < y < y'_b$  なる矩形内に限ること  
にする  $x'_b$ ,  $y'_b$  を適当にとれば 誤差は十分僅かに押えること  
ができる。オ 1・7・3 図の例では  $\sqrt{\alpha'/k_0} x = \sqrt{3/k_0} y = \sqrt{10}$  程度にとれ  
ば良い。(1・7・14) 式の積分を計算すれば

$$\begin{aligned}
 P = & \frac{(K_0 + K_{x1})}{2\beta} \left\{ \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} y'_b - \sqrt{\frac{\beta}{k_0 + \alpha(x'_b)^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta}{k_0 + \alpha(x'_b)^2}} y'_b \right\} \\
 & + \frac{K_{x2}}{2} \left\{ y'_b \log \left\{ 1 + \frac{\alpha(x'_b)^2}{k_1} \right\} + \frac{\beta}{3k_0} (y'_b)^3 \left\{ \frac{1}{1 + (\alpha/k_0)(x'_b)^2} - 1 \right\} + \frac{\beta}{10k_0} (y'_b)^5 \left\{ 1 - \frac{1}{1 + (\alpha/k_0)(x'_b)^2} \right\} \right\} \\
 & + \frac{K_{x3}}{2\beta} \left\{ \sqrt{\frac{k_0 + \alpha(x'_b)^2}{\beta}} \sin \left( y'_b \sqrt{\frac{\beta}{k_0 + \alpha(x'_b)^2}} \right) - \sqrt{\frac{k_0}{\beta}} \tan^{-1} \left( y'_b \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} \right) \right\} \\
 & + 2K_{x2} y'_b \left\{ \frac{k_0}{\alpha} x'_b \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{k_0}} x'_b - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_0}{\alpha}} \log \left\{ 1 + \frac{\alpha}{k_0} (x'_b)^2 \right\} \right\} \\
 & - \frac{K_{x1}}{2\beta} \sqrt{\frac{\alpha}{k_0 + \beta(y'_b)^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{k_0 + \beta(y'_b)^2}} x'_b \\
 & + \frac{K_{x2}}{\beta} \left\{ x'_b \log \left\{ k_1 + \beta(y'_b)^2 \right\} + \frac{\alpha(x'_b)^3}{3(k_0 + \beta(y'_b)^2)} - \frac{\alpha^2(x'_b)^5}{10(k_0 + \beta(y'_b)^2)^{3/2}} \right\} \\
 & - \frac{K_{x3}}{2\beta} \left\{ x'_b \left\{ k_1 + \beta(y'_b)^2 \right\} \sqrt{\frac{1}{(k_0 + \beta(y'_b)^2)\alpha}} \tan^{-1} \left( x'_b \sqrt{\frac{\alpha}{(k_0 + \beta(y'_b)^2)}} \right) \right\} \\
 & + 2K_{y2} x'_b \left\{ \frac{k_0}{\beta} y'_b \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} y'_b - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k_0}{\beta}} \log \left\{ 1 + \frac{\beta}{k_0} (y'_b)^2 \right\} \right\} \quad \text{----- (1・7・15)}
 \end{aligned}$$

これに各数値を代入すれば 全圧力が得られる。

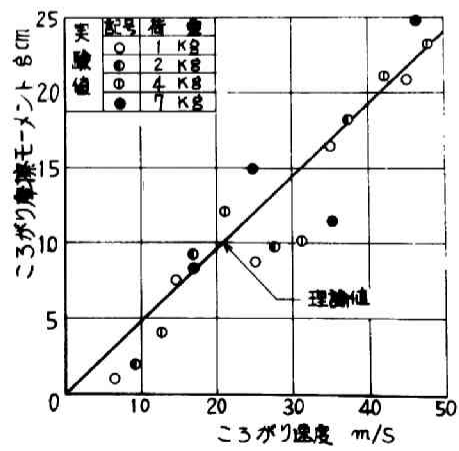
#### オ 4 節 摩擦の理論

ころがり摩擦モーメント  $M$  は次式の積分を求めることによつて  
得られる。

$$M = \int_{-y'_b}^{y'_b} \int_0^{x'_b} p x \mu x dy \quad \text{----- (1・7・16)}$$

これを計算すると

$$\begin{aligned}
 M = & (K_0 + K_{x1}) \left\{ \frac{1}{\alpha \sqrt{\beta k_0}} \left[ x'_b \frac{\alpha}{6} (x'_b)^3 \right] \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} y'_b \right) - \frac{1}{6 k_0} (x'_b)^3 \frac{(y'_b)^2}{k_0 + \beta (y'_b)^2} \right. \\
 & \left. - \frac{x'_b}{\alpha \sqrt{\beta (k_0 + \alpha (x'_b)^2)}} \tan^{-1} \frac{\beta y'_b}{\sqrt{\beta (k_0 + \alpha (x'_b)^2)}} + K_{x2} \frac{2}{3 \sqrt{\beta k_0}} (x'_b)^3 \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta}{k_0}} y'_b \right\}
 \end{aligned}$$



第 1.7.4 図

$$\begin{aligned}
& +K_{x3} \frac{2}{3\beta} (x_b')^3 \left\{ y_b' - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\kappa_0}{\beta}} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{\beta}{\kappa_0}} y_b' \right) \right\} + K_{x4} \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\kappa_0}{\beta}} y_b' \left\{ (x_b')^3 - \frac{\kappa_0}{3\beta} (x_b')^2 \right\} \\
& + K_{y1} \frac{1}{2\alpha\beta} \log \frac{\{\kappa_0 + \beta(y_b')^2\} \{\kappa_0 + \alpha(x_b')^2\}}{\{\kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2\} \kappa_0} + \frac{K_{y2}}{2\alpha\beta} \left\{ \left[ \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2 \right] \left\{ \log \left( \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2 \right) - 1 \right\} \right. \\
& \left. - \left[ \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 \right] \left\{ \log \left( \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 \right) - 1 \right\} - \left[ \kappa_0 + \beta(y_b')^2 \right] \left\{ \log \left( \kappa_0 + \beta(y_b')^2 \right) - 1 \right\} + \kappa_0 \left\{ \log \kappa_0 - 1 \right\} \right\} \\
& + K_{y3} \left\{ \frac{1}{2\alpha\beta} \left[ \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2 \right] \left\{ \log \left( \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2 \right) - 1 \right\} \right. \\
& \left. - \frac{1}{2\alpha\beta} \left[ \kappa_0 + \beta(y_b')^2 \right] \left\{ \log \left( \kappa_0 + \beta(y_b')^2 \right) - 1 \right\} + \frac{(y_b')^2}{2\alpha^2} - \frac{(x_b')^2}{2\alpha\beta} \log \left[ \kappa_0 + \alpha(x_b')^2 + \beta(y_b')^2 \right] \right\} \\
& + K_{y4} \sqrt{\frac{\kappa_0}{\beta}} x_b' \left\{ \sqrt{\frac{\beta}{\kappa_0}} y_b' \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta}{\kappa_0}} y_b' - \frac{1}{2} \log \left( 1 + \frac{\beta}{\kappa_0} (y_b')^2 \right) \right\}
\end{aligned}$$

$x_b'$ ,  $y_b'$  を適当に算定して上式を計算すれば摩擦モーメントが得られる。

#### オ5節 理論結果の検討

(1・7・17) 式に実験の場合の各数値を代入すれば、摩擦モーメントを算出することができる。この場合  $x_b$ ,  $y_b$  の算定が向題であるが、 $\kappa_0$  の値を測定することができないので 適当な値に仮定すべきである。前言において述べた如く 3次元接触面では負荷容量が少ないので  $\kappa_0$  としてはあらしの大きさ程度をとるべきである。球のあらしは  $H_{max}$  で  $0.1\mu$  程度であり 軌道面のあらしは  $H_{max}$   $1\mu$  程度である したがって  $\kappa_0$  は  $2\mu$  前後とみてよい。一方  $x = x_b$ , 又は  $y = y_b$  における  $\kappa$  の値  $\kappa_b$  は接触面にあらかじめ附着している油層から定まるべきものでこの値はオ5章で述べたように実験によると約  $10\mu$  であつたから、 $\kappa_b = \kappa_0 + \alpha x_b^2$ ,  $\kappa_b = \kappa_0 + \beta y_b^2$  をそれぞれ満足するためには  $x_b = 3\sqrt{\kappa_0/\alpha}$ ,  $y_b = 3\sqrt{\kappa_0/\beta}$  にとればよい。したがって  $x_b'$ ,  $y_b'$  は前節で述べたように推定し 前節同様係数の平方根をとり  $x_b' = \sqrt{3\kappa_0/\alpha}$ ,  $y_b' = \sqrt{3\kappa_0/\beta}$  と仮定する。これらの各数値を代入して計算すれば オ17・4図の理論値のようになる。 $\kappa_0$  を1定値( $2\mu$ )としたため 摩擦モーメント  $M$  はころがり速度に比例し 荷重に無関係な変化をしている。 $\kappa_0 = 2\mu$  として上の境



界条件の下で(17-16)式から負荷容量を計算すれば ころがり速度  $20\text{m/sec}$  で  $0.623\text{Kg}$  となり 実験の場合の例では接触面に負荷される荷重を油膜のみでは十分支えられないことがわかる。したがって境界接触部分を含みながらころがることになるが その場合  $2\mu$  のすきまは数  $K_f$  の荷重によつてはほとんど変化しないと考えられるから  $\eta_0$  を一定としても差支えないわけである。結局理論で得られる結果は無意味な仮定を設けずに 合理的に得られたものであり しかもこれがオノ・フ・4図のごとく実験値と非常に良好な一致をしていることは 理論の合理性を裏付けるとともに、潤滑面のころがり摩擦が潤滑油の流体摩擦のみによつて生ずることを明確に示している。

#### オノ節 結 言

本章においては まず3次元流体潤滑面に適合する *Reynolds* の微分方程式を近似的に解き 一般ころがり接触面における油膜圧力分布 負荷容量 摩擦モーメントの理論式を導いた。これらの理論式はいずれも非常に複雑なため取扱いは容易でないが 3次元ころがり接触面の潤滑特性を知るための手掛りとして唯一のものである。本章の最後にオノ5章で得た実験結果と理論の比較を示したが 両者は非常に良好な一致をなし 理論が実際的に使用可能なものであることが明らかになった。またオノ6章の結果とも合わせて 潤滑面のころがり摩擦が潤滑油の流体摩擦のみによることが明確になった。





## 結 論

以上の実験および理論的考察によつて、ころがり摩擦の一般的特性が明確にされた。

まず、ころがり摩擦の大きさに関しては、潤滑しない乾燥面では摩擦係数の値が $10^{-4}$ 前後であり、高速になるにしたがい、次第に増加する。一方、潤滑面では起動摩擦の場合乾燥面よりもやや少ない値となるが、運動摩擦、特に高速では僅少な潤滑油の存在によつても著しい摩擦増加が惹き起され、その摩擦係数は $10^{-3}$ から大きい場合には $10^{-2}$ にも達する。従来ころがり摩擦の値は非常に微小なものと考えられていたが、高速においては決して小さくはないことに注意すべきである。また潤滑によつて摩擦が著しく増加する事実は高速度ころがり軸受の効果的潤滑法を決定する際に重要な示唆を与えるものである。

上記潤滑油の影響の他にころがり摩擦におよぼす諸要因の影響が検討され、接触面あらしの増大は摩擦を一般に増加せしめるが特に起動摩擦において著しいこと、接触面積寸法は大きいほど、接触面の材質は軟いほど、潤滑油粘度は大きいほど、いずれも摩擦を増加せしめる。すなわち、ころがり摩擦を小さくするためには、接触面の硬度を高くし、接触面積を少なくし、接触面を滑らかにし、出来る限り清浄にすることである。

次に摩擦の機構に關して理論的に解析した結果を述べると、まずころがり起動摩擦は主として接触面の表面あらしの凹凸に基因する位置エネルギーの損失であり、この場合接触面には弾性変形が生じているため、回転はじめに特異な現象が生じる。これらの点を考慮した理論を導いたが実験結果と良好な一致を示した。次に運動摩擦、特に高速のころがり摩擦の場合は乾燥面のころがり



摩擦と潤滑面のそれとでは摩擦機構は全く異なり、乾燥面では表面の凹凸のため接触が不連続となり、その際主たる衝突損傷がころがり摩擦の主原因であることが明らかにされた。また潤滑面のころがり摩擦はほとんど大部分が潤滑油の粘性に起因する流体力学摩擦であることが明らかにされた。これに関して流体力学によって理論解析を行なったが、実験結果と良好な一致を得た。要するに高速度ころがり摩擦に関する限り潤滑油は有害なもので、他の必要から潤滑することを避けられなければ、出来る限り接触面に存在する潤滑油量を少なくすることが所要である。本研究によって従来ほとんど研究されていなかったころがり摩擦特性が明確にされたものと考えらる。



## 第二編 ころがり軸受の潤滑特性および 潤滑理論

### 緒 論

最近における一般機械の高精度化，高速度化の傾向はころがり軸受の利用度をますます高めている。しかも，ころがり軸受の性能向上をはかることは，更に機械の性能を向上せしめることになるので，この方面の研究が強く望まれている。

ころがり軸受において研究すべき課題は潤滑および摩擦の問題，受材料の問題，精度の問題，疲労寿命および摩擦の問題等多くあるが，本論文ではこのうち潤滑および摩擦の問題を取り扱う。まず，普通用軸受などに主として問題となる起動摩擦に関する研究をオイルおよびグリスで解析する。計器用軸受には従来ピボット軸受が主として用いられていたが，最近はいよいよころがり軸受がこれに代る状態にあるので，その起動摩擦特性を明確にすることは重要な問題である。また，列車用軸受では起動時の抵抗を少なくすること機関車の動力に直接関係することであり，これもまた非常に重要な課題である。

次に軸受の潤滑で最も問題になるのは高速度軸受の潤滑である。ころがり軸受の摩擦は一般に小さいものであるが，摩擦仕事は回転速度に比例して増大するため，高速では非常に大きくなり，その結果発生する熱量は軸受温度を高め，焼付等の故障の原因となる。したがって，高速度軸受では摩擦を少なくするとともに放熱量を大きくして軸受の温度上昇を少なくしなければならない。そのためには軸



受の潤滑機構をまず解明する必要があるので、本篇ではオミ草以下にこれについての研究を述べる。

ころがり軸受の潤滑の基礎的部分はころがり接触面に存在するのであるから、本篇ではオミ草におけるころがり摩擦の研究結果を基礎として解析を進める。





# オ 1 章

## ころがり軸受の起動摩擦特性

### オ 1 節 緒 言

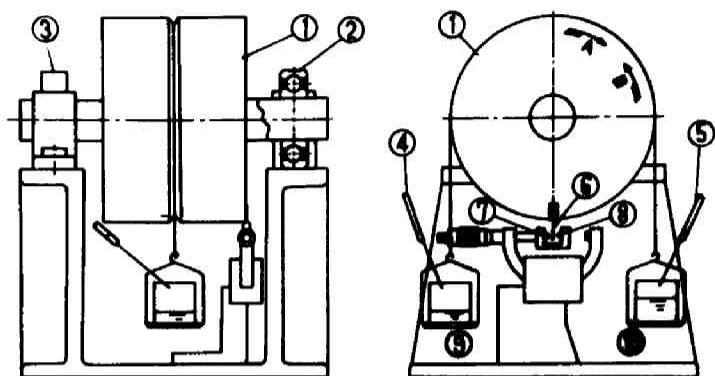
ころがり軸受の有利な特長の一つに起動摩擦の少いことがあげられている。この特長は精密測定機等の軸受に利用されて測定精度の向上に役立ち、また大型軸受にあつては起動時の動力節減に貢献している。したがって、この有利な特長を更に発展せしめることは重要な課題であるがこれに関する研究は以外なほど少ない。<sup>42)~45)</sup>特に、ころがり軸受の起動摩擦が如何なる機構のもとに発生するかと言う点に関しては全く解明されていない。本章ではこの摩擦機構を解明するオ1段階として、ころがり軸受の起動摩擦特性について実験的に研究した結果を記述し、次章において行なう摩擦機構の解析の基礎資料とする。

実験はラジアル荷重の負荷される場合として、糸溝型玉軸受、自潤心型玉軸受、円筒ころ軸受が用いられ、スラスト荷重を受ける場合として糸溝型玉軸受、アングュラー・コンタクト型玉軸受、スラスト玉軸受、円すいころ軸受が使用された。起動摩擦特性として、摩擦の大きさ、ころがりはじめの挙動、潤滑の影響、添加剤の効果、軸受の型および寸法の影響、統計的性質などが実験された。

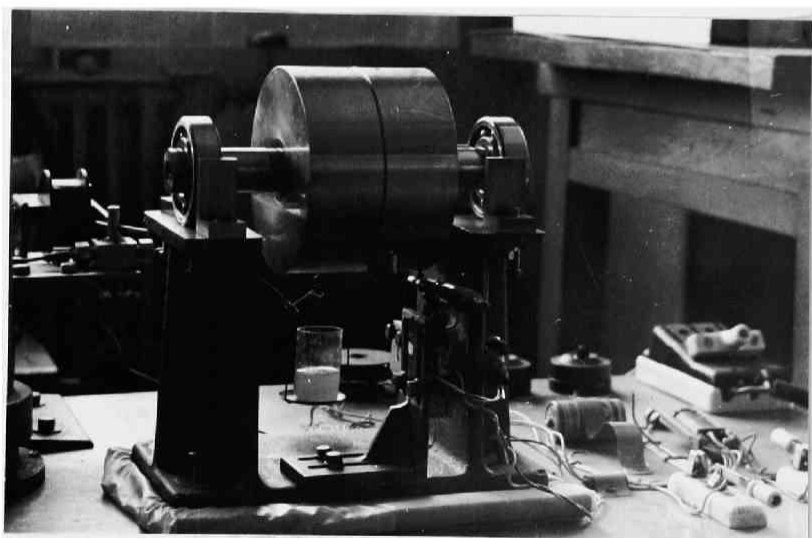
### オ 2 節 起動摩擦測定装置および実験条件

#### (1)ラジアル荷重下の起動摩擦測定装置および実験条件

オ1篇オ1章のころがり起動摩擦測定装置をそのまま利用して、



第 2.1.1 图



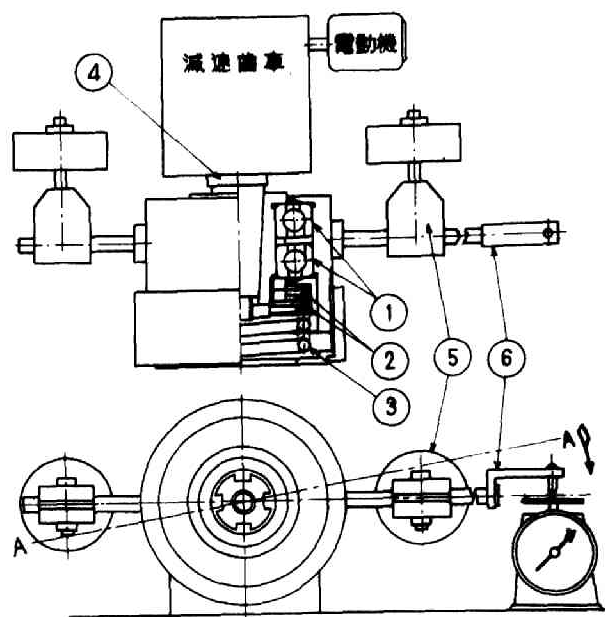
第 2.1.2 图

ろがり軸受の起動摩擦を測定した。オ2 1 1 図はその測定装置の主要部であり、その自動測定のための回路図はオ1 1 5 図のものと全く同様である。またその写真をオ2 1 2 図に示す。測定の原理についてはオ1 篇においても述べたが、改めて説明すれば、試験軸受②および③によって、偏心のないよう特別精密に製作されたロータ①をささえ、これに重量の等しい二つのビーク⑦、⑧をつるべ状にする。異なる口径を有する注射針④、⑤を通じてビーク中に注水すれば、口径の差に応じて注水重量に差を生じ、したがってロータ①の回転モーメントが加えられる。これが軸受②、③の起動摩擦モーメント以上になればロータは回転するから、その瞬間をロータに装着した電気接点⑥とマイクロメータに取りつけた電気接点⑦あるいは⑧との接触によって感知せしめ自動的に注水を停止し、その時の注水重量から起動摩擦を算出した。なお、摩擦の大きな軸受に対してはオ2 1 2 図のようにビークは1個とし他方に平衡錘を使用した。測定の順序はオ1 章で述べたと同様である。

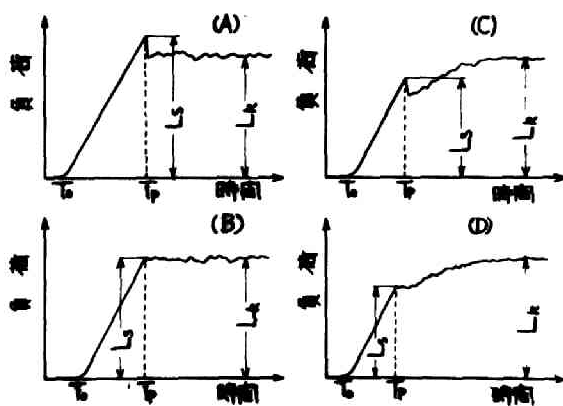
ロータ①の重量は12.850 kgであり、軸受1個に対して6.425 kgのラジアル荷重が負荷される。この程度の軽荷重では起動摩擦も非常に小さく、その値も大きなばらつきを有する統計量となるため、数回の測定を行なう必要がある。

本実験に用いた軸受は深みぞ形玉軸受# 6206, # 6207, 6306, # 6307, 自動調心形玉軸受# 1206, # 1207, 1306, # 1307, 円筒ころ軸受# NU 206, # NU 207, # NU 306, # NU 307 の2種類で、各形式とも前2者が軽荷重形、後の者が中荷重形である。

最初ベンジンで洗浄、乾燥したものについて摩擦を測定し、次に着のまま側面より潤滑油を注入して潤滑状態での摩擦を測定した。ただし、ベンジンによる洗浄では完全な乾燥面を得ることは不可能であり、また実験中に空気中の湿分が軸受内の接触面に附着することもあると考えられるので、以下この状態を「潤滑油なし」として示すことにする。



第 2.1.3 圖



第 2.1.4 圖

なお潤滑油は# 60 スピンドル油と# 90 タービン油を用いた。

## (2) スラスト荷重下の起動摩擦測定装置および実験条件

前項で述べたラジアル軸受の実験装置では一定の荷重（ロータ重量）を負荷し得るのみで起動摩擦におよぼす荷重の影響を実験することができなかつた。また荷重が大きくなれば必然的に起動摩擦も大きくなるから、前項の測定装置では測定不可能である。そこでオ 2.1.3 図に示されるような別の原理にもとづく測定装置を製作した。図について説明するにスロウ組の試験軸受①は極低速回転軸④に正面取りつけられ、コイルばね②によってスラスト荷重が負荷される。この場合自在に傾斜し得る二つのリング③をばねと試験軸受の間に介在せしめることによってスラスト荷重が均等に負荷されるようにした。また、軸受箱の自重によるラジアル荷重（9.5 kg）も平衡おもり⑤の作用によって試験軸受の中心に作用するよう留意した。

なお、スラスト荷重は最大 300 kg まで負荷することが可能である。

起動摩擦測定の方法は次の順序で行なわれる。オ 2.1.3 図下部の装置正面図に示されるごとく軸受箱より横に出した腕⑥を最初 A-A の位置におき、矢印の方向にごく低速（0.1 rpm）で回転せしめ、自動ばかりに徐々に負荷を与え、試験軸受が回転をはじめる瞬間の値を読みとり起動摩擦を算出した。すなわち、自動ばかりの指示目盛の変化状態を、すずを塗附した回転円筒上に描かせるとオ 2.1.4 図に示されるようになるから以下に述べるようにして、起動時のはかりの指示値を読みとることができる。腕の先端から自動ばかりに触れた瞬間  $T=T_0$ （ $T$  は時間）から時間の経過にともない自動ばかりの反力によって試験軸受に加えられる負荷は増大するが、これが軸受の起動摩擦モーメントに達しない間は軸受の内外輪間に相対回転は起らず、 $T=T_0 \sim T_p$  の範囲において経過時間に対する指示目盛の変化は直線となる。次に、はかりに対する負荷がしだいに大きくなり、その反力によって形成されるモーメントが軸受の起動摩擦以上になれば、軸受の内外輪は相対回転を起し、瞬間的に運動摩擦の値



が自動ばかりの指示目盛に示されることになる。したがって図の  $T = T_p$  において指示目盛の変化状態に明らかな変化が現出する。この  $T = T_p$  における負荷  $L_s$  から起動摩擦を算出し、 $T = T_p$  以後の値  $L_k$  から運動摩擦を計算した。なお、自動ばかり負荷の変化状態はオス・1・4 図に示されるごとき代表的な4種類に分類される。(a)は最も多く現われる状態であり起動摩擦が運動摩擦より大きい場合 ( $L_s > L_k$ ) で、起動と同時に瞬時的に摩擦は減少し、運動摩擦となる。(b)は運動摩擦も起動摩擦と同じ値をとる場合 ( $L_s = L_k$ )、(c)は逆に運動摩擦が起動摩擦より大きくなる場合 ( $L_s < L_k$ )、(d)は(c)の場合において起動時に摩擦の低下が見られない状態である。(c)、(d)は逆回転の場合(後述)あるいは軽荷重の場合に比較的多い状態である。

これらの変化状態は摩擦機構の解析の際重要な資料となるもので後に改めて検討することにする。

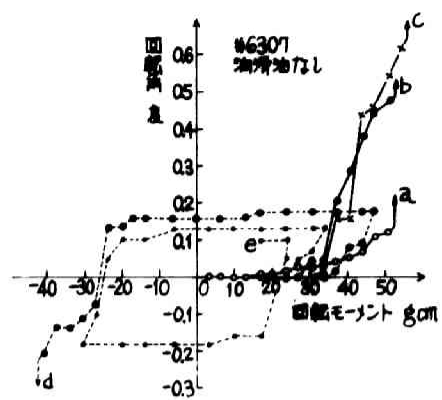
軸をごく低速で回転せしめるのは軸受箱の慣性の影響を避けるため、本実験の範囲ではこの慣性による誤差として1%以下になることを確かめた。

試験軸受は円すいころ軸受 #30208, #31307, 深みぞ形玉軸受 #6208, スラスト玉軸受の #51208, およびアンギュラコンタクト玉軸受として接触角が  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $37^\circ$  の4種、合計8種類の軸受を用いた。保持器については、深みぞ形とスラスト玉軸受がプレス保持器、アンギュラコンタクト玉軸受の接触角  $15^\circ$  および  $20^\circ$  のものがベークライト製ソリッド保持器、接触角  $30^\circ$ ,  $37^\circ$  のものが真鍮製ソリッド保持器である。

接触面の潤滑状態はラジアル荷重の負荷される場合と同じで、ベンジンで洗浄後乾燥した軸受と、#60スピンドル油或は#90タービン油で潤滑した場合、および添加剤を含有するスピンドル油で潤滑された場合についてそれぞれ実験が行われた。

### オ 3 節 回転はじめの挙動





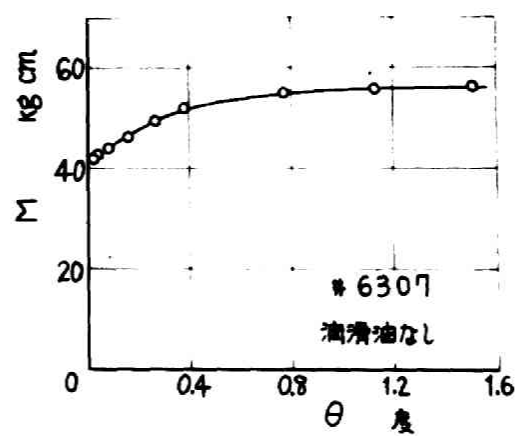
第 2 . 1 . 5 図

オ1篇のころがり起動摩擦の測定の際に、ころがりはじめの特異な挙動を発見している。ころがりはじめの挙動は起動摩擦の定義とも関連するので、ころがり軸受の場合もこれを検討する必要がある。まずラジアル荷重の負荷される場合について、オ1篇に述べた方法と同じようにして測定した。

すなわちオ2.1.1 図のロータ①の軸の一端に、鏡をその面が中心線を含むように取りつけ、ビーカ④あるいは⑤中に微量の注水を段階的に行ない、ロータの回転角を光反射法によって測定した。オ2.1.5 図にその結果の一例を示す。横軸および縦軸の正負は互いに反対方向であることを意味し、 $a$ ,  $b$ ,  $c$  は同方向にのみ回転モーメントを加えた場合であり、 $d$  は途中で反対方向のモーメントを加えた場合である。 $e$  は  $d$  の場合に更に反対方向のモーメントを加えてヒステリシスループを描かせたものである。

図より明らかなように、回転モーメントの負荷によって、ころがり軸受はわずかに回転をはじめ、回転モーメントの増加に応じてしだいに大きくなり、ついに平衡状態が破れ連続して回転を行なうようになる。この状態に達したときの回転モーメントをもって起動摩擦モーメントと定義することにする。

オ1篇のころがり起動摩擦の場合には回転モーメントと回転角の間の関係はほぼ比例的であった。一方ころがり軸受の場合には回転モーメントが或る値に達した後、はじめて軸受は回転をはじめ。しかも図中に  $a$ ,  $b$ ,  $c$  なる矢印で示した位置まで回転モーメントを負荷しなければ連続した回転は起らない。更に途中で回転モーメントの負荷を中止し、逆方向の回転モーメントを負荷する場合、オ1篇のころがり接触面では直ちに逆方向に回転をはじめ、その間に形成されるヒステリシスは微小であったが、ころがり軸受の場合には図に見られるように非常に大きなヒステリシス・ループを描いている。このような相違の生ずる物理的意味は摩擦機構の解明を待ってはじめて明らかにされるもので、オ2章において述べることにする。



第 2.1.6 図

次に上記自動測定法の誤差について検討を加えておく。ころがり軸受の場合も、オースで論じたと同様な各種の誤差が問題になるわけであるがころがり軸受の起動摩擦はころがり接触面の起動摩擦より、はるかに大きいので、ロータの慣性のために生ずる回転おくれの他は問題にならない。

いまロータの慣性モーメントを  $I$ 、単位時間の注水重量（二つのビーカーの注水重量の差）を  $w$ 、ロータの回転角を  $\theta$ 、起動摩擦モーメントを  $M_s$ 、回転中の運動摩擦モーメントを  $M_k$ 、ロータ半径を  $R$ 、連続して回転をはじめて後の経過時間を  $t$  とすれば、

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_s + wtR - M_k \text{ ----- (2.1.1)}$$

積分して

$$I \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{2} w R t^2 + (M_s - M_k)t + C_1 \text{ ----- (2.1.2)}$$

$$I\theta = \frac{1}{6} w R t^3 + \frac{1}{2} (M_s - M_k)t^2 + C_1 t + C_2 \text{ ----- (2.1.3)}$$

$t=0$  のとき、 $\theta = \theta_0$ 、 $d\theta/dt = d\theta_0/dt$  より、積分定数  $C_1$ 、 $C_2$  が定まり、(3)式は、

$$I(\theta - \theta_0) = \frac{1}{6} w R t^3 + \frac{1}{2} (M_s - M_k)t^2 + I t \frac{d\theta_0}{dt} \text{ ----- (2.1.4)}$$

一方、ロータに接着した電気接点⑥とマイクロメータの先端⑦あるいは⑧との間隔を変化させ、 $\theta$  とそれに対応する摩擦の測定値  $M$  の関係を実験した結果をオス 1.6 図に示す。すなわち  $\theta$  を相当大きくしても  $M$  の測定値はほとんど変化がないことが示されているが、これは (2.1.4) 式において  $(\theta - \theta_0)$  が相当大きくなっても、なお  $t \div 0$  なることを意味し、右辺のオス 3 項の  $I d\theta_0/dt$  が大きな値をとっていることを示すものである。またオス 1.6 図で、ごく微小な  $\theta$  の部分で測定値が少なくなるのは、ロータの回転おくれによるものではなくて、オス 1.5 図に明らかなごとく起動摩擦以下の回転モーメントによっても初期回転が起る現象のためと考えられる。した



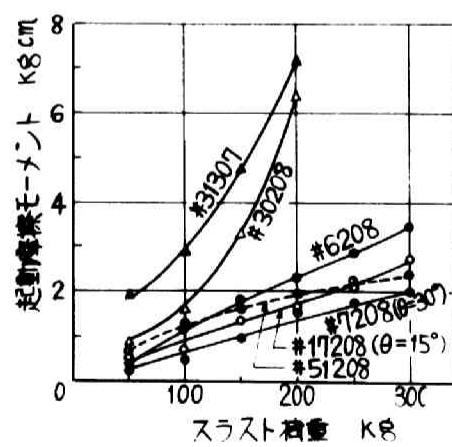
によって本実験においては、すなわち接点間隔を変化させ摩擦測定値にほとんど変化が見られない部分の値(図では $\theta = 0.5^\circ$ )をもって起動摩擦とした。なおオス2.1.6図の各点は30回の測定の平均値である。スラスト荷重の負荷される場合における回転はじめての挙動はすでにオス1.4図に明らかにされている。ただし、この場合の実験装置では変位の測定が困難であるので明確な状態を知ることはできないが、図の(c)或は(d)のような状態があらわれることから推して、ラジアル荷重の負荷される場合と本質的な相違はないと考えて良い。なおこの点についてはオス章における摩擦機構解析の際、改めて触れる。

#### オ 4 節 ころがり軸受の起動摩擦特性I (ラジアル荷重の場合)

オ2.1.1表に測定された起動摩擦モーメントの値を示す。採用した潤滑油の粘性係数は、#60スピンドル油が $37.8^\circ\text{C}$ で $10.9\text{cs}$ 、 $98.9$

オ2.1.1表 ころがり軸受の起動摩擦モーメント (g.cm)

軸受番号	潤滑油 なし		#60スピンドル潤滑油		#90タービン潤滑油	
	順回転	逆回転	順回転	逆回転	順回転	逆回転
6206	18.1	14.0	22.1	15.8	22.9	18.3
6207	34.0	29.0	39.7	32.7	42.1	33.4
6306	32.3	23.4	42.9	31.4	42.3	31.0
6307	44.6	32.5	51.1	39.9	52.8	40.2
1206	16.8	9.5	21.4	14.3	順回転とは、測定前の回転方向と同方向に回転せしめんとするモーメントを加えた場合であり、逆回転とは反対方向に回転せしめんとするモーメントを加えた場合である。	
1207	28.2	12.1	29.5	14.0		
1306	25.6	13.5	31.1	14.8		
1307	37.1	24.3	48.8	25.2		
NU206	15.9	11.5	17.2	10.2		
NU207	30.1	21.9	34.3	22.1		
NU306	30.3	20.3	31.2	21.3		
NU307	38.5	30.1	39.2	29.8		



第 2.1.7 図

℃で2.7 cs, #90タービン油が37.8℃で33.8 cs, 98.9℃で5.3 csである。なお後述するごとく摩擦の測定値は相当ばらつくものであり、おのおの100回程度の測定 of 平均値をとった。

表に示された特性の代表的なものを掲げると、(1)中荷重形と軽荷重形の間には著しい差がある。(2)玉軸受も円筒ころ軸受も摩擦の値はほぼ同じである。(3)潤滑によっても摩擦は減少せず、むしろ玉軸受にみられるごとく増加する傾向にある。ただし粘度の影響はみられない。(4)逆回転の際の摩擦は順回転のそれに比し相当小さい。(5)摩擦係数の大略の値は  $1 \sim 4 \times 10^{-3}$  である。

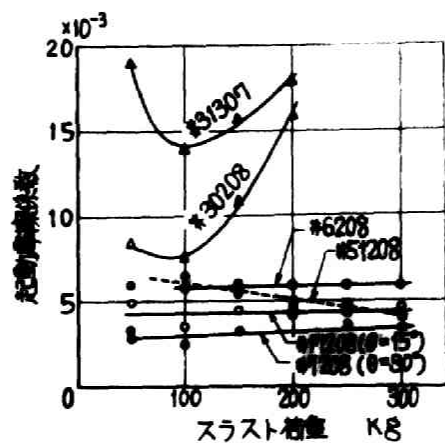
これらの性質をころがり接触面の起動摩擦特性と比較するに、まず、摩擦の値はころ軸受の場合が約10倍大きくなる。ころがり接触面の起動摩擦は潤滑によって僅少ではあるが減少することが明らかにされているが、軸受の場合にはかえって増加している。またころがり軸受では順逆回転による摩擦の相違が著しい。なお、順逆回転の定義については表中にも記したごとく測定前の確立に関係するもので、測定前に回転していたと同じ方向に回転する場合の起動摩擦が順回転の起動摩擦であり、逆方向に回転する場合が逆回転である。以下の測定値は特にことわらないかぎり順回転の場合である。

## オ 5 節      ころがり軸受の起動摩擦特性Ⅱ (スラスト荷重の場合)

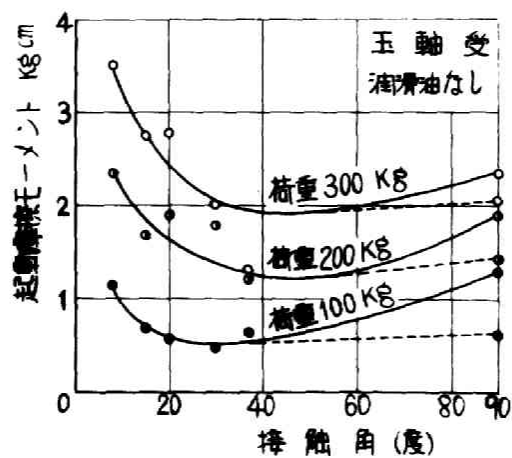
### (1) 荷重と起動摩擦の関係

オ2・1・7図に荷重の変化に対応する起動摩擦の値が示される。円すいころ軸受、玉軸受ともに荷重の増加に応じて摩擦は増大するが、その増大の割合および摩擦の絶対値に関しては両軸受の間に大きな相違がみられる。すなわち玉軸受の場合、その起動摩擦はスラスト荷重に比例的に増大するのに対して、円すいころ軸受では増加割合がより大きく、荷重に対して指数函数的に増大する。これより円すいころ軸受においてはつばと転動体間のすべり、あるいは微小なス





第 2.1.8 図



第 2.1.9 図

フェーが摩擦に大きく影響しているものと考えられる。

この点をさらに明確にするために、起動摩擦係数と荷重との関係を示すとオ 2.1.8 図のようになる。ここで摩擦係数  $\mu$  は摩擦モーメントを  $M$ 、内輪内半径を  $R$ 、軸受荷重を  $W$  としたとき、

$$\mu = M/RW \quad \text{-----} \quad (2.1.5)$$

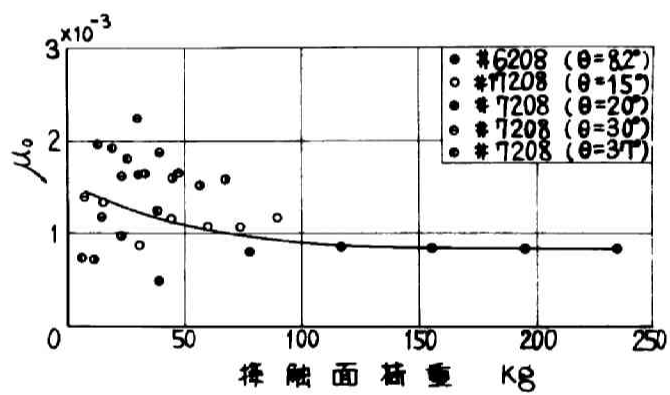
あらわされる現約的な数値である。オ 2.1.8 図には玉軸受と円すいころ軸受の相違がいっそうはっきり示されている。すなわち玉軸受の摩擦係数は荷重に無関係にほぼ一定値をとるが、円すいころ軸受ではスラスト荷重 100 kg の近辺に最小点を有するような形の曲線になっており、その摩擦の減衰も相当複雑なものであることを示唆している。

スラスト荷重が負荷された場合と比較するに、円すいころ軸受を除いてはほぼ同じ程度の摩擦係数となる。

## (2) 接触角と起動摩擦の関係

オ 2.1.9 図にアングュラコンタクト玉軸受および他の玉軸受について、接触角と起動摩擦の関係が示される。図における接触角は添字形玉軸受の他はカタログに示された値をそのまま用いたもので、図における接触角の最小値は添字形玉軸受の値であり、これは内郭寸法の実測値より算出したものである。接触角  $90^\circ$  はスラスト玉軸受の値で、破線につながれた値は試験軸受を垂直軸に取り付けて測定した結果である（後述）。実線につながれた値は水平軸に取り付けられた場合である。図に明らかなごとく玉軸受の起動摩擦はスラスト玉軸受（接触角  $90^\circ$ ）の場合を除いて一般に接触角が増大するほど減少している。これは転動体と軌道面の間の接触面荷重が摩擦を支配していることを示すものである。しかしこの関係は接触角があまり大きくなれば成り立たず、接触角が  $90^\circ$  になれば、接触角  $30^\circ$  あるいは  $37^\circ$  の場合より大なる摩擦を示すようになる。

なお、これは水平軸に取り付けられた場合であって、垂直軸に取



第 2.1.10 圖

りつけば、接触角  $37^\circ$  以上ではほぼ一定な起動摩擦の値が示される。

一方円すいころ軸受における接触角の影響については、オ2.1.7図あるいはオ2.1.9図に示されているごとく接触角  $12^\circ$  の#30208の方が接触角  $24^\circ$  の#31307に比較して、その接触面全圧力が大きいにもかかわらず摩擦の値はかえって小さくなっている。この点からも円すいころ軸受の場合、スキューなどの玉軸受にみられない種々な要素が摩擦に相当大きく影響していることを推定することができる。

次にオ2.1.9図の関係を書き改めて接触面にかかる荷重を横軸にとればオ2.1.10図のようになる。ただし、この図には#51208を除外した。ここで縦軸の値  $\mu_0$  は接触面荷重を基準にした摩擦係数であり次式で定義される。

$$\mu_0 = M / npR_i \quad \text{-----} \quad (2.1.6)$$

$n$  は転動体数、 $p$  は接触面荷重、 $R_i$  は内輪の溝底半径である。図の各点は相当大きなばらつきを示しているが、全体として接触面荷重のな鋭固な変化に対して  $\mu_0$  はほぼ一定な値をとることがわかる。これは玉軸受の起動摩擦が接触角の特に大きな場合を除いて、接触面に作用する荷重によって一義的に定められることを意味するものである。各数値の平均値をもって関係式を作れば

$$M = 0.0013 \frac{WR_i}{\sin \theta} \quad \text{-----} \quad (2.1.7)$$

のごとくになる。ここで  $\theta$  は接触角である

### (3) 潤滑油および添加剤の影響

上述した実験結果はいずれもベンジンで洗浄後乾燥したものについてであったが、以下に同じ取りつけ状態のままで潤滑油を注入した場合を比較して論ずることにする。オ2.1.2表に測定結果の一部が示される。用いた潤滑油は十分精製した#60スピンドル油（粘度



37.8°C で 8.2cs, 98.9°C で 2.7cs) および市販の #90 タービン油 (粘度 37.8°C で 33.8cs, 98.9°C で 5.3cs) である。添加剤は上述の精製スピンドル油として, S-Cl-P 系添加剤を 9.0 wt% 添加したもの, およびオレイン酸を 5.0 wt% 添加したものをを用いた。表における摩擦の比は潤滑後の起動摩擦の値の, 潤滑前のそれに対する割合(%)をもって示した。なお表の下部の〔保持器なし〕と記したものは後述の摩擦機構の解明のために時に保持器を除き転動体のみとした軸受についての測定値である。

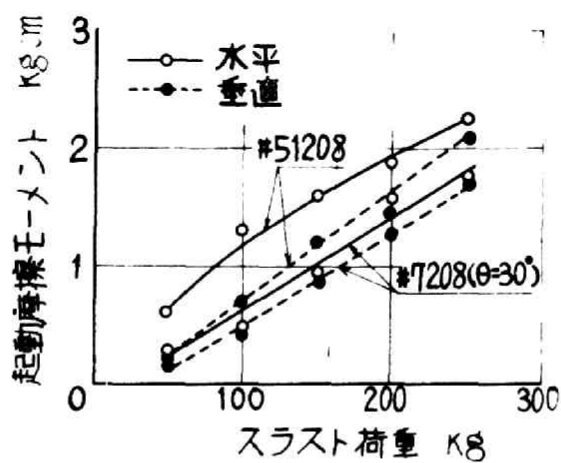
表で明らかなごとく潤滑しても起動摩擦は低下せず, 添加剤含有の潤滑油で潤滑した場合, はじめて著しい摩擦の減少が示される。特に円すいころ軸受はその減少割合が玉軸受の場合に比し大きい。

オ2-1-2表 潤滑および添加剤の有無による摩擦の相違

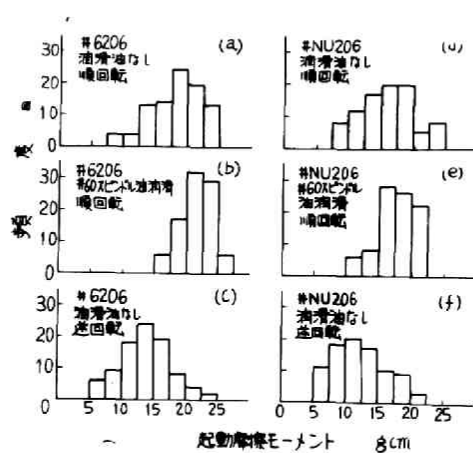
軸受の種類	荷重 kg	潤滑の影響		添加剤の影響	
		潤滑油の種類	摩擦の比	添加剤の種類	摩擦の比
#30208	100	#60 スピンドル油	100%	S-Cl-P	68%
		#90 タービン油	90	オレイン酸	62
#17208 ( $\theta=15^\circ$ )	100	#60 スピンドル油	102	S-Cl-P	89
		#90 タービン油	95	オレイン酸	85
#1208 ( $\theta=30^\circ$ )	100	#60 スピンドル油	98	S-Cl-P	91
#51208 ( $\theta=90^\circ$ )	100	#60 スピンドル油	94	S-Cl-P	90
#30208 (保持器なし)	50	#60 スピンドル油	101	S-Cl-P	80
	150	#60 スピンドル油	98	S-Cl-P	75
#17208 (保持器なし)	50	#60 スピンドル油	100	S-Cl-P	95
	150	#60 スピンドル油	99	S-Cl-P	94

ただし, この場合の添加剤が有効に作用する機構は高速度軸受の場合のように, 接触面が高温になるために作用するのではなく, 添加剤のため油性が良好になるためではないかと考えられる。

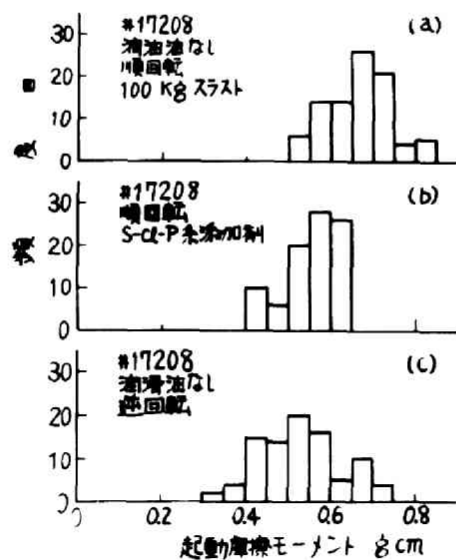
結局, ラジアル荷重の場合をも考え合せて ころ軸受の起動摩擦



第 2.1.11 図



第 2.1.12 図



に対して潤滑剤の効果は余り無いことがわかる。

#### ④ 荷重方向の影響

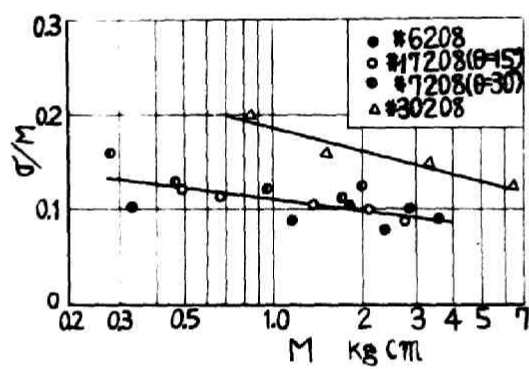
以上の実験結果はすべて試験軸受が水平軸に取り付けられた場合で、軸受箱の自重のためラジアル荷重 4.5 kg が軸受 1 個あたりに負荷されている。接触角が大きくなればこの程度の軽小な荷重でも相当影響されることが考えられるので、比較のため垂直軸にとりつけ、ラジアル荷重が全々作用しない状態での起動摩擦を測定した。

オ 2.1.3 図の実験装置の回転軸を垂直にし、自動ばかりと軸受箱の腕の先端との間に力の作用線方向を  $90^\circ$  変換せしめるためのミニアチュアを軸受を用いた摩擦のきわめて少ないものを置き、これを介して自動ばかりに負荷することにより摩擦モーメントを測定した。結果の一部をオ 2.1.11 図およびオ 2.1.9 図に示した（破線が垂直軸の場合である）。これより垂直軸にとりつけた場合、すなわちスラスト荷重のみを受ける場合の方がラジアル荷重をも負荷される水平軸の場合より摩擦の少ないことがわかる。またこの相違は荷重が大きいほど、接触角が小さいほど少なくなる。これはラジアル荷重によって転動体の軌道面上における正常な転動位置がずらされ、それが接触角が大きいほど、荷重が少ないほど大きくなるためと考えられる。

#### オ 6 節 統計的性質

オ 1 篇のころがり起動摩擦の測定値は大きなばらつきを有する統計量であった。ころがり軸受の起動摩擦にも同じく大きなばらつきがみられる。その 1 例をオ 2.1.12 図およびオ 2.1.13 図に示す。オ 2.1.12 図はラジアル荷重が負荷される場合であり、# 6206 および # NU 206 を例としてばらつきの状態を示す。オ 2.1.13 図はスラスト荷重の負荷される場合で # 17208 について 100 kg のスラスト荷重が負荷された場合の潤滑状態に応じたばらつきの変化が示されている。





第 2.1.14 圖

ずれの場合も相当大きくばらついており、分布状態はほぼ正規分布とみなして差支えない（危険率5%で有意である）。なを測定回数は90回である。オス・1.12図の(a),(d)と(b),(e)或はオス・1.13図の(a),(c)を比較して明らかなように潤滑によってばらつきは減少している。次に両図において順回転と逆回転とを比較すれば、明らかなにばらつきは逆回転の方が多い。なお、順回転の定義についてはラジア荷重の負荷される場合についてすでに述べたが、スラスト荷重の負される場合についてはオス・1.13図において最初腕の中心線をA-Aの位置におき、しかる後矢印の方向に低速回転軸④を回転せしめて先述のごとく測定する場合が順回転であるのに対し、逆回転の場合にはA-Aの位置から回転軸④は停止せしめたまま腕すなわち受箱のみをほぼ20度回転せしめてから同様に測定する場合で、定前の回転方向と測定時の回転方向は逆になる。

に円筒ころ軸受のばらつきは玉軸受のそれに比して、一般に大きい。特にオス・1.12図の(d)或は(f)にみられるように摩擦の値が大きい領域に小さな原本分布が存在する。スラスト荷重を受ける場合の実験を $\sigma/M$  ( $\sigma$ は標準偏差,  $M$ は起動摩擦モーメント)によって整理すればオス・1.14図のようであり、玉軸受は接触角の如何によらず、同程度のばらつきを示しているが、円すいころ軸受は著しく大きな値をとっている。ただし、潤滑の有無、順逆回転などにもよる統計的性質の変化は玉軸受もころ軸受も同様である。

## オ 7 節 結 言

ころがり軸受の起動摩擦特性を要約すれば次のようである。

- (1)ころがり軸受の起動摩擦は相当大きなばらつきを有する統計量である。
- (2)起動摩擦係数の値は $10^{-3}$ 前後である。
- (3)回転はじめには起動摩擦に達しない前に初期回転の現象がみられる。



(4)玉軸受と円筒ころ軸受の摩擦はほとんど等しく、円すいころ軸受はばらつき、摩擦値ともに著しく大きい。玉軸受の場合は玉と軌道面間の接触圧力を基準にした摩擦係数(本文2.1.6式)をとれば荷重に無関係にほぼ一定になる(スラスト玉軸受を除く)

(5)アングュラコンタクト玉軸受の場合、接触角 $40^{\circ}$ 程度までは接触角の増加にしたがって起動摩擦は減少する。接触角 $90^{\circ}$ (スラスト玉軸受)ではかえって摩擦は増加する。

(6)逆回転の場合は順回転の場合に比し起動摩擦は小さいが、ばらつきは大きくなる。

(7)起動摩擦を低減する上において潤滑の効果は少ないが、添加剤の効果は相当著しいものがある。



## オ 2 章

# ころがり軸受の起動摩擦理論

### オ 1 節 緒 言

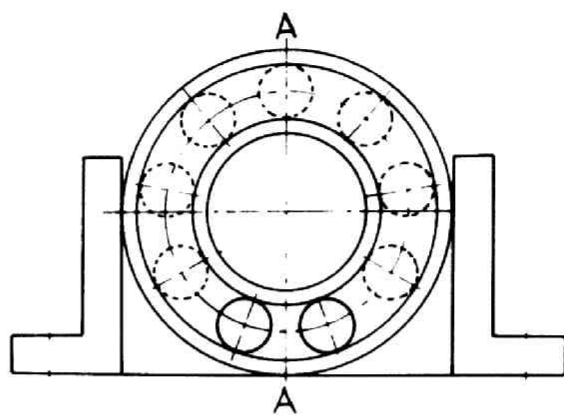
本章ではころがり軸受の起動摩擦の機構について理論的解析を行う。さきにオ一篇ではころがり接触面の起動摩擦が、主として接触面の表面あらさに原因することを明らかにし、接触面の弾性変形を考慮して起動摩擦の理論を導いた。ころがり軸受の場合には転動体の他に保持器が存在するため、保持器と転動体間の摩擦および転動体と軌道面間の摩擦が如何なる割合で存在するかを明らかにする必要がある。前者はすべり摩擦、後者はころがり摩擦であり、それぞれ性質は明らかにされているから、両者の存在割合を明確にすることによって、ころがり軸受の起動摩擦理論を導くことができる。オ1章の実験結果は本章において有効に利用されるが、本章の理論によって一層ころがり軸受の起動摩擦特性が明確にされるものと考えらる。

### オ 2 節 摩擦構成要素の分析

起動摩擦は軸受内のすべりおよびころがり接触部分から発生するものであるから、軸受の摩擦モーメント  $M$  を、これらの各接触部分に基く構成要素に分解して考える。

$$M = M_r + M_c + M_s \text{ ----- (2.2 1)}$$

ここで  $M_r$  は転動体と軌道面間のころがり摩擦に基因する起動摩擦



第 2 . 2 . 1 圖

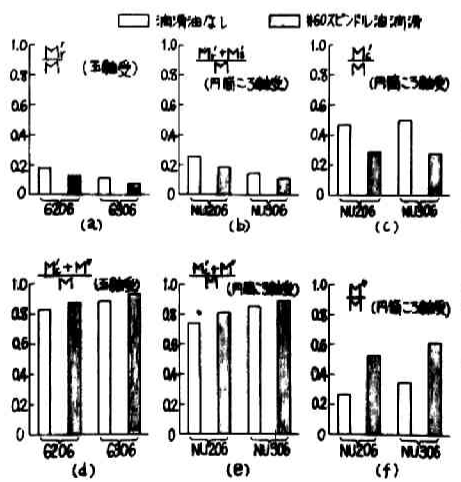
モーメント， $M_c$  は転動体と保持器のすべり摩擦に基因する起動摩擦モーメント，また  $M_s$  は転動体とつばの間のすべり摩擦に基因する摩擦モーメントである（玉軸受の場合には  $M_s$  は存在しない）。上式の右辺の3要素が全摩擦モーメント  $M$  中に占める比率を明らかにする。まず  $M_r$  を知るためには  $M_c$ ， $M_s$  の存在しない状態で起動摩擦を測定すればよいから，玉軸受の場合は保持器を除去し，転動体のみを残して測定すればよい。ころ軸受では保持器を除いても，つばとつばの間の接触面の摩擦  $M_s$  が残るから， $M_r + M_s$  を知ることになる。ラジアル荷重の負荷される場合，さきに述べた実験では各転動体が図2.2.1図のごとく荷重の作用線  $A-A$  に対して対称で，しかも最大負荷を受ける2個の転動体はその荷重作用線をはさむような位置に配置された場合について行なわれたが，この状態で保持器を取り除けば最大負荷を受ける2個の転動体（実線）以外の転動体（破線）は所定の位置にとどまることができず，すべて自由状態になった。これは本実験の場合荷重が少ないためと，軸受のすきまの存在のため2個の負荷転動体のみが全負荷を支持し，他の転動体には荷重が負荷されていなかったことを示すものである。したがって図の状態では転動体を下部の2個のみとし起動摩擦を測定すれば荷重を支持する2個の転動体の  $M_r$ （玉軸受の場合）あるいは  $M_r + M_s$ （円筒ころ軸受の場合）が得られることになる。

ただし，ここで得られた値は下部の2個の転動体に関するもので他の転動体に関するものは得られない。したがって，下部の2個の転動体を負荷転動体，他のものを非負荷転動体と称することにして，（2.2.1）式の3要素を負荷転動体によるもの  $M'_r$ ， $M'_c$ ， $M'_s$  と非負荷転動体によるもの  $M''_r$ ， $M''_c$ ， $M''_s$  に分け， $M'_r + M'_c + M'_s = M'$ ， $M''_r + M''_c + M''_s = M''$  とおけば

$$M = M'_r + M'_c + M'_s + M''_r + M''_c + M''_s \quad \text{----- (2.2.2)}$$

保持器を除いて実験することによって  $M'_r$  或は  $M'_r + M'_s$  が得られる。また，円筒ころ軸受については  $M'_c$  を求めることができる。すなわ





第 2 . 2 . 2 図

ち、転動体の数および位置はオ 2.2.1 図のまま、すなわち 2 個の負荷転動体のみとし、それに外輪案内の保持器を取りつけ、起動摩擦を測定し、この測定値からさきに測定した  $M_r' + M_s'$  を差し引けば  $M_c'$  が得られる。以上の他は実験によって求めることは出来ないもので理論的に算出しなければならない。以上の実験結果および理論についてはオ 3 節において述べる。

次にスラスト荷重の負荷される場合についても同様に分析することが可能で、この場合は非負荷転動体に存在しないので、 $M'' = 0$  であり、(2.2.1) 式で十分である。保持器を除いた後は、転動体の間隔を一定に保ち、起動摩擦の測定を行う。この場合、起動摩擦の測定のみであるから、ほとんど軸受を回転させる必要がなく、転動体間隔の変化や、転動体同士の接触などは起り得ない。

### オ 3 節 ころがり軸受の起動摩擦機構の解析

#### (1) ラジアル荷重の負荷される場合

(2.2.2) 式で表わされる各摩擦構成要素のうち上述の実験でとり出されたものを示したのがオ 2.2.1 表であり、それを全摩擦モーメント  $M$  に対する割合として示すとオ 2.2.2 図のごとくになる。まず、図の (a), (b) に示されるように、保持器を取り除けば、摩擦は著しく小さくなり、転動体のころがり摩擦に基づく部分  $M_r$  が占める割合は、多くとも 25% を越えない程度のもことになる。もちろん非負荷転動体による摩擦  $M'$  中にもころがり摩擦による部分  $M_r'$  が含まれているが、これは  $M_r$  に比しころがり接触面の荷重がはるかに小さいからほとんど無視できるものと考えられる。次に  $M_s'$  の値も全摩擦中にごく微小部分を占めるに過ぎないことが (a), (b) 両図の比較によって明らかである。結局、ころがり軸受の摩擦はオ 2.2.2 図 (d), (e) に見られるごとく、その主要部分が軸受内のすべり接触部分に発生し、そのうちわけは円筒ころ軸受についてみると図の (c), (f) に示されるように潤滑しない場合には  $M_c'$  が、潤滑した場合に

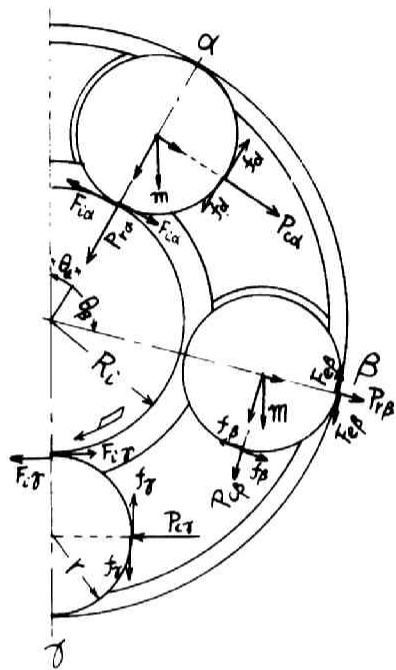


オ2.2.1表 摩擦構成要素  $g \cdot cm$

摩擦構成要素	軸受番号	潤滑油なし	スピンドル油潤滑
$M_r'$	6 206	3.0	2.7
	6 306	3.7	3.1
$M_r + M_s'$	NU 206	11.1	3.2
	NU 306	11.1	3.5
$M_c'$	NU 206	7.5	5.0
	NU 306	10.8	8.7
$M''$	NU 206	4.3	9.0
	NU 306	15.1	19.0

は、 $M''$  がそれぞれ半分以上を占めることが明らかにされた。

さきにオ2.1.1表に示された起動摩擦特性として、王軸受と円筒  
この軸受はほぼ等しい起動摩擦を有することを求めたが、これは上  
述の破損から説明できる。すなわち両軸受はそのころがり接触部分  
の状態に関しては異なるが、すべり接触部分については つば の存  
在を除いて本質的な差は考えられない。つばに原因する摩擦は、オ  
2.2.2図の(a),(b)の比較によって十分小さいことが確かめられて  
おり、したがって上述の破損から両軸受の摩擦がほぼ等しいことが  
理解される。また順 逆回転の差が存在する現象についても、起動  
摩擦が軸受内部のすべり部分から発生するものとすれば、逆回転の  
場合には保持器、駆動体間の接触荷重が少なくなる方向に回転する  
結果必然的に摩擦も少なくなるわけである。すなわちオ2.1.5図に  
示されるような「起動摩擦以下で生じる初期回転の現象」は軸受の  
回転とともにすべり接触面の接触荷重が増加するために起るもので  
あり、逆回転すれば接触荷重が高くなった状態からもとの状態に戻  
すことになるわけで、オ2.1.5図(d)に示すごとく逆回転の場合に  
は比較的わずかな回転モーメントの増加によって起動摩擦に達する。  
したがってヒステリシスループもオ2.1.5図(e)に示されるように  
しだいに長方形に近づく。



第 2.2.3 圖

次に潤滑油の影響につき考えるに、オス・ス・I表に明らかなごとく  $M_r$ ,  $M_s$ ,  $M_c$  はいずれも潤滑によって摩擦値を減じ、 $M''$  のみが潤滑によって著しく増加するため、全体として潤滑によって摩擦がやや増加する性質をひき起したものである。すなわち潤滑した場合、すべり面の摩擦係数は減少しその反からは軸受の摩擦も減少すべきであるが、一方潤滑油の存在によって接触面相互の粘着力が増大し、これがより大きいために全体として摩擦が増加、あるいは円盤ころ軸受にみられるごとくほとんど変化のない結果になったものと考えることができる。

$M''$  は非負荷駆動体による摩擦であるから、その摩擦に影響する接触面荷重は駆動体自重によってひき起されるものである。 $M''$  のうちころがり摩擦に基因する部分  $M_r''$  はころがり起動摩擦係数がすべり摩擦係数のそれに比して十分小さいため無視してさしつかえない。すべり摩擦に基因する部分については次のように理論的検討を行なうことができる。オス・ス・3図は接触面における力の平衡状態であり、図は軸に回転モーメントを与え、起動をはじめの瞬間の状態を示したもので、 $\alpha$  および  $\beta$  はともに非負荷駆動体でそれぞれ内輪と保持器、および外輪と保持器に接触する。 $\gamma$  は負荷駆動体であって、軸受荷重を支持している。以下  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  の添字によってそれぞれの領域内にある駆動体を表わすことにする。内輪軌道面で接線方向に作用する摩擦力を  $F_{i\alpha}$  とすれば（駆動体側にも大きさ等しく方向反対の力  $F_{i\alpha}'$  が作用する）

$$M'' = R_i \sum F_{i\alpha} = R_i \sum (F_{i\alpha} + F_{i\alpha}') \text{ ----- (2.23)}$$

$\sum$  は各領域内の駆動体全部についてであり、 $R_i$  は内輪みぞ半径である。いま駆動体の自重を  $m$ 、保持器との接触面に働く摩擦力を  $f$ （駆動体側では  $f'$ ）、その接触面の全圧力を  $P_c$ 、軌道面との間の接触面全圧力を  $P_r$  とし、駆動体の位置を図のごとく重力方向となす角  $\theta$  によってあらわせば、駆動体  $\alpha$  について



$$\left. \begin{aligned} P_{r\alpha} &= m \cos \theta_{\alpha} \pm f_{\alpha} \\ P_{c\alpha} &= m \sin \theta_{\alpha} + F_{i\alpha} \end{aligned} \right\} \text{----- (2.2.4)}$$

$P_{c\alpha}$  は軸の回転方向を正にとる。また複号は、転動体の位置が回転によって低下する場合（図示の状態）に（+）を、位置が上昇する場合（図の中心線より左側）に（-）を採る。一方転動体中心に関するモーメントの平衡を考えれば  $F_{i\alpha} = f_{\alpha}$  でなければならないから、 $F_{i\alpha}$  および  $f_{\alpha}$  は両接触面の起動摩擦の少ない方に一致することになる。両接触面とも起動摩擦係数が  $\mu$  であるとするれば、

$$\left. \begin{aligned} P_{r\alpha} &\geq P_{c\alpha} \text{ すなわち } |\sin \theta_{\alpha}| \leq 1/\sqrt{2} \text{ にて} \\ &\quad F_{i\alpha} = f_{\alpha} = \mu |P_{c\alpha}| \\ P_{r\alpha} &\leq P_{c\alpha} \text{ すなわち } |\sin \theta_{\alpha}| \geq 1/\sqrt{2} \text{ にて} \\ &\quad F_{i\alpha} = f_{\alpha} = \mu P_{r\alpha} \end{aligned} \right\} \text{--- (2.2.5)}$$

(2.2.4)(2.2.5) 両式を建立させて、

$$\left. \begin{aligned} |\sin \theta_{\alpha}| \leq 1/\sqrt{2} \text{ にて } F_{i\alpha} &= \frac{\mu}{1 \mp \mu} m |\sin \theta_{\alpha}| \\ |\sin \theta_{\alpha}| \geq 1/\sqrt{2} \text{ にて } F_{i\alpha} &= \frac{\mu}{1 \mp \mu} m \cos \theta_{\alpha} \end{aligned} \right\} \text{----- (2.2.6)}$$

次に転動体  $\beta$  についても同様にして

$$\left. \begin{aligned} P_{r\beta} &= -m \cos \theta_{\beta} \mp f_{\beta} \\ P_{c\beta} &= m \sin \theta_{\beta} - F_{e\beta} \end{aligned} \right\} \text{--- (2.2.7)}$$

複号は  $\alpha$  の場合と反対で転動体の位置が低下する場合接触面のすべり摩擦力  $F_{e\beta}$  も同様に、

$$\left. \begin{aligned} |\sin \theta_{\beta}| \leq 1/\sqrt{2} \text{ にて } F_{e\beta} &= \frac{\mu}{1 \pm \mu} m |\sin \theta_{\beta}| \\ |\sin \theta_{\beta}| \geq 1/\sqrt{2} \text{ にて } F_{e\beta} &= \frac{\mu}{1 \pm \mu} m \cos \theta_{\beta} \end{aligned} \right\} \text{----- (2.2.8)}$$

次に転動体  $\gamma$  については、外輪との接触点に関するモーメントの平





衡を考えて

$$F_{ir} \cdot 2r + P_{cr} \cdot r = f_r \cdot r$$

$$\therefore F_{ir} = \frac{1}{2} (f_r - P_{cr}) = -\frac{P_{cr}}{2} (1 - \mu) \quad \text{----- (2.2.9)}$$

$$P_{cr} = \sum P_{ca} + \sum P_{cp} \quad \text{----- (2.2.10)}$$

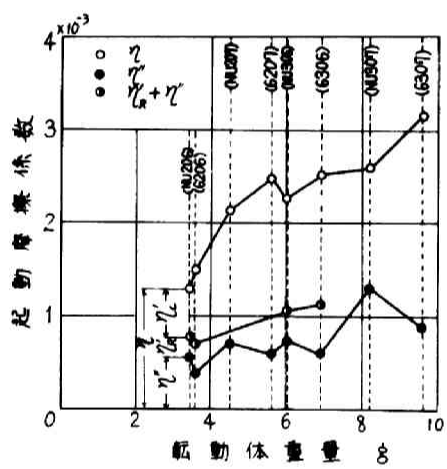
(2.2.8) 式を (2.2.7) 式に代入し, 更に (2.2.4), (2.2.7) 兩式を (2.2.10) 式に代入, (2.2.9) 式より  $F_{ir}$  を求め, 更に (2.2.6), (2.2.8), (2.2.9) の各式を (2.2.3) 式に代入すれば  $M''$  は次の形にまとめられる。

$$M'' = m R_L \sum \left\{ \frac{C_3 \mu (1 + C_4 \mu)}{2(1 + C_5 \mu)} \cos \theta - \frac{1 + C_4 \mu}{2(1 + C_5 \mu)} \sin \theta \right\} \quad \text{----- (2.2.11)}$$

$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  は  $\theta$  の範囲によって定まった値をとる定数でオ 2.2.2 表に示す。起動摩擦係数  $\mu$  については, #NU206 および #NU306 の保持材料と軸受鋼および軸受鋼同士の摩擦係数を実験した結果オ 2.2.3 表のごとくなり, この兩者の平均をもって (2.2.11) 式を計算した結果を同じくオ 2.2.3 表に  $M''$  の理論値として示す。

オ 2.2.2 表

$\theta$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$0 \sim 45^\circ$	-3	-1	0	0	0
$45^\circ \sim 90^\circ$	-1	0	1	1	-1
$90^\circ \sim 135^\circ$	-1	0	-1	1	1
$135^\circ \sim 180^\circ$	-1	1	0	0	0
$180^\circ \sim 225^\circ$	0	0	0	0	0
$225^\circ \sim 270^\circ$	-1	0	1	0	0
$270^\circ \sim 315^\circ$	-1	0	1	0	0
$315^\circ \sim 360^\circ$	0	0	0	0	0



第 2.2.4 圖

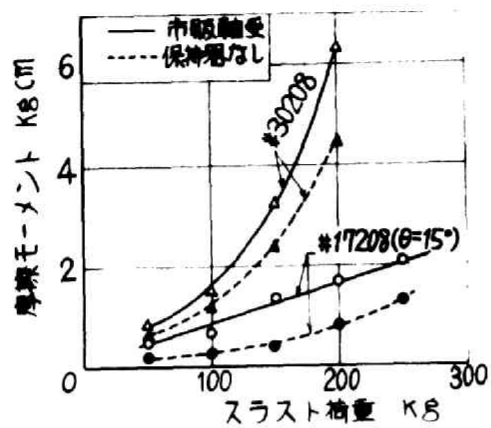
オ 2.2.3 表

		潤滑油なし	スピンドル油潤滑
軸受鋼と軸受鋼		0.421	0.381
保持器材と軸受鋼		0.355	0.323
NU 206	理論	6.82	5.83
	実験	4.3	9.0
NU 306	理論	10.0	8.64
	実験	15.1	19.0

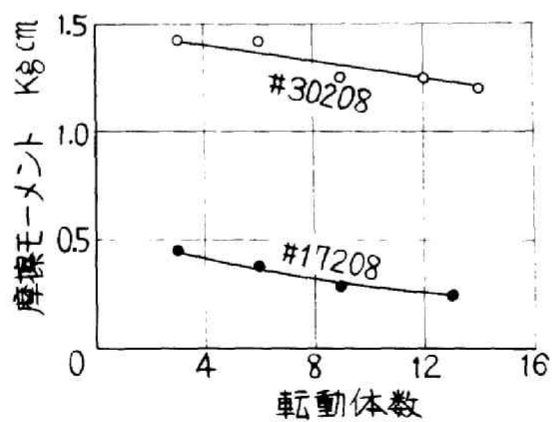
卓で明らかにしたごとく、ころがり軸受の起動摩擦は大きききを有する統計量であり、また各軸受によって異なる摩擦値を持つから、(2.2.11)式より得られた理論値と実験値に一致しないのは当然である。むしろ潤滑油なしの場合、される程度の近似で理論と実験が一致することは(2.2.11)つて  $M''$  の値を算出してさしつかえないことを示すものでそこで(2.2.11)式によって  $M''$  を計算し、 $M_r'$  の実験値して、軸受全摩擦中に  $M''$ ,  $M_r'$ ,  $M_c$  が占める割合を転動体積面にとって示すとオ 2.2.4 図のごとくなる。図では次の関係式によって定義される摩擦係数をもって示した。

$$\eta = M / WR_i \quad \text{-----} \quad (2.2.12).$$

受に負荷された荷重、 $R_i$  は内輪みぞ半径である。 $\eta''$ ,  $\eta_c$ , (2.2.12)式において  $M$  の代りにそれぞれ  $M''$ ,  $M_c$ , および主軸受の場合)あるいは  $M_r' + M_s$ , (円筒ころ軸受の場合)することによって得られる。図によって、さきの理論から転動体自重に原因する摩擦  $\eta''$  が全摩擦中の30~40%をことがわかる。また、転動体重量の増加に応じて、全摩擦加することが示されている。この性質を利用すれば一般のり軸受についてその転動体自重から起動摩擦の大略値を知も可能である。



第 2.2.5 図



第 2.2.6 図

## (2) スラスト荷重の負荷される場合

オ2.2.5図に、保持器を取り除き転動体のみを残した場合の摩擦モーメントを破線で示す。円すいころ軸受の場合、保持器を除き去しても、完全な軸受の場合の70~80%であり、つばの部分の摩擦が相当大きいことが示されている。これに対して玉軸受では  $M_r$  の値が全体の40~60%で、ほぼ半分になっている。前項のラジアル荷重が負荷された場合の  $M_r$  は全体の20~30%を占めるに過ぎず、ほとんどが軸受内のすべり接触部分に原因する摩擦  $M_c$ ,  $M_s$  に基くものであることを論じた。しかるにスラスト荷重を受ける場合にはこれに比べて、 $M_r$  が著しく大きいことが示されており、この点については次のように考えられる。すなわち、図において50kgのスラスト荷重を負荷した場合、約40%であるが、250kgを負荷すればほとんど60%に近くなる。荷重の増加にともない、 $M_r$  の全摩擦中に占める割合がしだいに大きくなるのがこの点より明らかである。前項のラジアル荷重は軽荷重であったために  $M_r$  の占める割合が小さくなったと考えてよい。

オ2.2.6図には上述の機構をさらに確かめるため、荷重100kgの場合について転動体数と摩擦との関係が示される。転動体数が少ないほど摩擦が大きくなっているが、これは転動体数が少ないほど1個の転動体にかかる荷重がより大きくなり、荷重を増加した場合と本質的に同じになるわけで、オ2.2.5図の場合に帰着されるわけである。すなわち、摩擦モーメント  $M_r$  と接触面荷重  $P$  との関係を

$$M_r = k_p n \quad (k, n: \text{定数}) \quad \text{-----} \quad (2.2.13)$$

とあらわせば、 $n > 1$  なることを示すものである。

次に各摩擦構成要素、 $M_r$ ,  $M_c$ ,  $M_s$  の発生機構を考える。 $M_r$  については、ころがり摩擦そのものの性質に関係するものであり、これについてはすでにオ一篇で明らかにした。 $M_c$ ,  $M_s$  は純粋な



すべりに原因するものであり、各接触面での接触圧力およびすべり摩擦係数の大小によって左右される。保持器、転動体あるいはつば、転動体間の相互の運動ははなはだ複雑なものであり、したがって接触面圧力も回転状態によって大幅に変動することが考えられる。オ2.2.4表に順回転と逆回転の各場合における摩擦の相違が示されている。

オ2.2.4表 回転方向による起動摩擦モーメントの変化

軸受種類 回転方向	17 208	17 208 (保持器なし)	51 208	30 208
順 回 転	0.671	0.200	1.30	1.52
逆 回 転	0.512	0.201	1.12	1.22

単位  $\text{kg}\cdot\text{cm}$ , 荷重  $100 \text{ kg}$

表において逆回転の場合摩擦が相当小さくなっているが、これが、保持器、転動体間の接触面荷重が逆回転においてより少くなる結果であることは、保持器除去によって（転動体のみの場合）両者に相違が見られなくなる点からも明らかである。オ2.1.13図に示されるばらつきに関しても、(c)の逆回転の場合には他に比較して大きなばらつきを持つ分布をしており、測定時の状態に応じて(a)の場合（保持器、転動体間の接触圧力は一定に達していると考えられる）と保持器のない転動体のみの場合（後述のオ2.2.8図の(d)に示す、接触圧力零の場合に相当）の中間の値をとる結果として現われた現象と考えられる。すなわち逆回転の場合は一種の過渡期に相当し、このまま同方向にある程度回転すれば定常状態としての順回転の場合に帰着される。

この関係はオ2.1.4図にいつそう明確に示されている。すなわち(A)、(B)は主として順回転の場合にあらわれ、逆回転の際には(C)あるいは(D)が最も多くあらわれる形である。これより逆回転の場合においても、起動後回転とともに摩擦が増加し、順回転





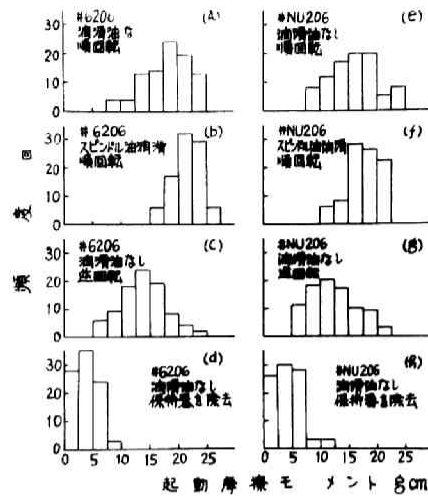
の場合と同じ運動摩擦を示すようになることが明らかで、逆回転によって一時的にすべり摩擦部分の接触圧力が低下し、摩擦も減少する結果になったものと認められる。

以上のごとく、 $M_c$  および  $M_s$  は軸受内部におけるすべり摩擦部分の接触圧力の大小によって左右されるもので、その接触圧力は軸受内各部の複雑な相對運動によって生ずるものであるから、運転条件、取付け状態等によって不規則に変化するばかりでなく、個々の軸受がそれぞれ固有値をもっているものと考えねばならない。

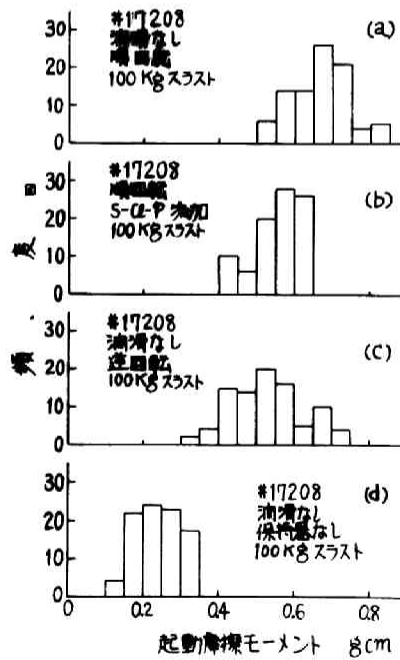
次に  $M_c$ ,  $M_s$  がすべり摩擦に基因する要素であり、しかもこの値が全摩擦の半ば以上を占めるものであるから、当然潤滑の効果が期待されるが、ころがり軸受の起動摩擦に対してはオス・1・2表の実験結果に明らかなごとく潤滑の効果はほとんど認められない。この原因としてはベンジンでの洗浄面が完全な乾燥面ではなく、したがって微小な残留油分および空気中から凝縮した水分などによる潤滑作用が存在する点と、潤滑油を供給しても接触面に粘着力が作用し摩擦が増加することが考えられるという点との二つが考えられる。しかしオス・1・2表にみられるごとく添加剤の潤滑効果は明らかに認められるが、これは種圧添加剤としての本来の効果によるものではなく、添加剤の含有によって潤滑油の油性が向上する結果と考えるのが妥当と思われる。

#### オ 4 節 統計的性質について

すでに明らかにされたように起動摩擦の測定値は大きなばらつきを持つ統計量であった。このようなばらつきは軸受の性能として好ましくないものであるから、ばらつきの生ずる原因について考えてみる。前項で述べたごとく、ころがり軸受の起動摩擦は転動体、転走面間のころがり起動摩擦と、転動体と保持器或はつば間のすべり起動摩擦によって形成されている。ころがり起動摩擦



第 2.2.7 図



第 2.2.8 図

はオー編で述べたように大きなばらつきを持つものである。オス・1・12図およびオス・1・13図に保持器を除いた結果を加えたものを改めてオス・2・7図およびオス・2・8図に示す。両図の(d)に見られるごとく、そのばらつきは軸受全体のばらつきと変らぬ程度の統計量である。一方すべり起動摩擦も文献<sup>15)</sup>によれば、ばらつきのある統計量であることが明らかにされている。すなわち、摩擦を構成する各要素自体が統計的性質を持っている。しかも、すべり摩擦は接触面の圧力に比例的であり、保持器と転動体間或はつばと転動体間の圧力は偶然的要因に支配されるものである。したがってそのためにもばらつきは助長されることになる。逆回転の場合には、すべり接触面の状態が特に不安定であるため、ばらつきが大きくなると予想されるが、オス・2・7図の(c), (g)はオス・2・8図の(c)にこのことが明らかに示されている。また円筒ころ軸受や円すいころ軸受ではころのスキューを伴う可能性があり、これによって一層複雑化される。オス・1・14図における円すいころ軸受の起動摩擦の大きなばらつき、オス・1・18図における円すいころ軸受の複雑な摩擦特性、或はオス・2・7図の円筒ころ軸受のばらつきに見られる摩擦の大きい部分の小さな標本分布などはいずれもころのスキューに原因するものと考えられる。

結局ころがり軸受の起動摩擦のばらつきは、本来統計的な起動摩擦自体に原因し、更に軸受構造がこれを助長することによって起るものと言える。

## オ 5 節 結 言

ころがり軸受の起動摩擦を構成する要素を転動体と軌直面間のころがり起動摩擦に原因する摩擦モーメント  $M_r$ 、転動体と保持器間のすべり摩擦に原因する摩擦モーメント  $M_c$ 、転動体とつばの間に形成されるすべり摩擦に原因する摩擦モーメント  $M_s$  の3種類に分け、その各々を負荷転動体に原因するもの(添字(1)を附す)と非負荷転



動体に原因するもの（添字（'）を附す）に分ければ、

$$M = M' + M'' = M_r' + M_c' + M_s' + M_r'' + M_c'' + M_s''$$

荷重の少ない領域では  $M''$  の占める割合が非常に大きく、起動摩擦特性の大部分がこれによって支配される。例えば潤滑によってかえって摩擦が増加するような現象は非負荷転動体との接触部分（その面積は非常に大きい）に潤滑油が浸透し、その粘着力による摩擦モーメントの増加が、 $M'$  の、潤滑による減少よりも大きいために生ずるものである。また  $M''$  は転動体の自重に比例的である。荷重が増加すればしだいに  $M''$  の占める割合が大きくなる。次にころがり接触部分の摩擦  $M_r$  ( $M_r'' = 0$  なる故  $M_r = M_r'$ ) と他のすべり摩擦部分の摩擦の割合を考えると、軽荷重で  $M_r$  は 20~30 % 程度を占めるに過ぎないが、重荷重になれば 60 % 程度となる。以上のように存在割合が明らかになれば  $M_r$  はサー編で述べたころがり起動摩擦特性に従うものであり、他のすべり摩擦部分は摩擦係数一定と言うクーロンの法則に従うものであるから、ころがり軸受の起動摩擦特性はそれらの複合されたものとなる。

各摩擦構成要素がいずれも大きなばらつきを持つ統計量である上に、すべり摩擦部分の接触圧力が不規則に変化し得るので、ころがり軸受の起動摩擦は非常に大きなばらつきを持つものとなる。



## 第 3 章

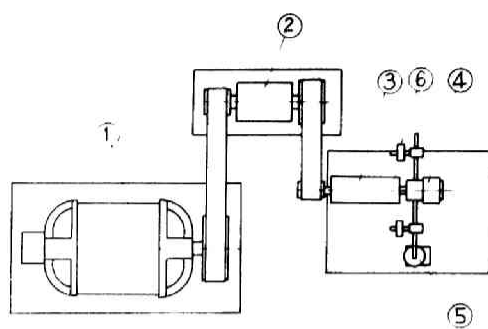
### 高速度ころ軸受の潤滑特性

#### 第 1 節 緒 言

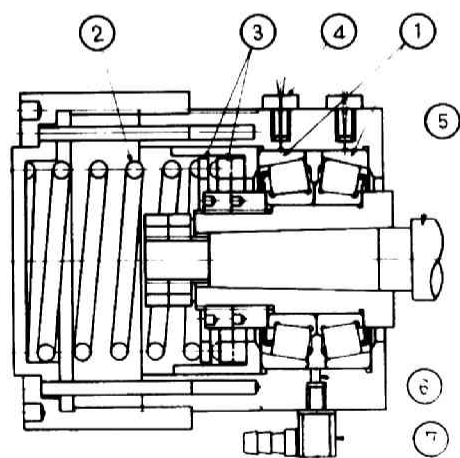
ころがり軸受の潤滑に関する問題のうち最も問題となるのは、高速度軸受の潤滑である。高速度軸受においては単位時間の摩擦仕事量が大きくなるため、軸受の温度上昇が大きく、焼付その他の潤滑上好ましくない問題が発生しやすい。高速度ころがり軸受の潤滑特性を向上せしめるためには、その潤滑機構を解明することが合理的な方法である。しかしそのためにはまず高速度ころがり軸受の潤滑特性を知る必要がある。本章ではまずころ軸受について潤滑特性を述べ、次章において玉軸受を取扱う。

ころ軸受には円筒ころ軸受、円すいころ軸受、球面ころ軸受の3種類があるが、このうち高速で最もよく使用されるものは円筒ころ軸受である。<sup>(49)~(52)</sup>しかし円筒ころ軸受にはスラスト荷重を負荷し得ず、常にラジアル荷重下で使用されるため、潤滑機構の解析の際には各転動体に異なる荷重の負荷される場合を取扱わねばならない。これに対して円すいころ軸受はスラスト荷重を受けることができるので、ラジアル荷重に対してスラスト荷重が十分大きい場合には、各転動体はほぼ等しい荷重を分担すると考えてよく、解析が容易である。しかも最近の円すいころ軸受はその精度の向上と相俟って、しだいに高速度軸受として使用される傾向にあるにもかゝわらず、潤滑特性に関する研究はほとんど行なわれておらず、その実施が望まれている。そこで本章では高速度円すいころ軸受の実験について述べ、円筒ころ軸受については第4章で理





第 2.3.1 圖



第 2.3.2 圖

論的に検討し，従来他の研究者によって行なわれている実験結果を利用して理論との比較を行なう

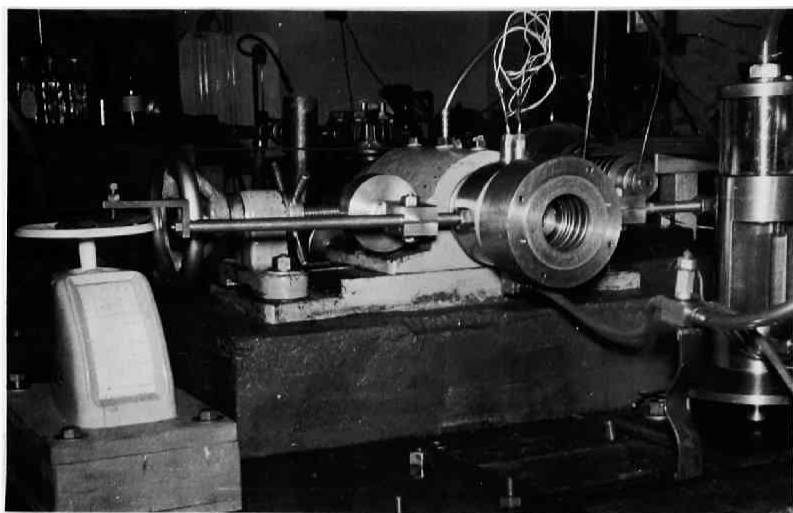
## オ 2 節 摩擦特性および温度上昇測定装置と実験条件

### (1) 実験装置

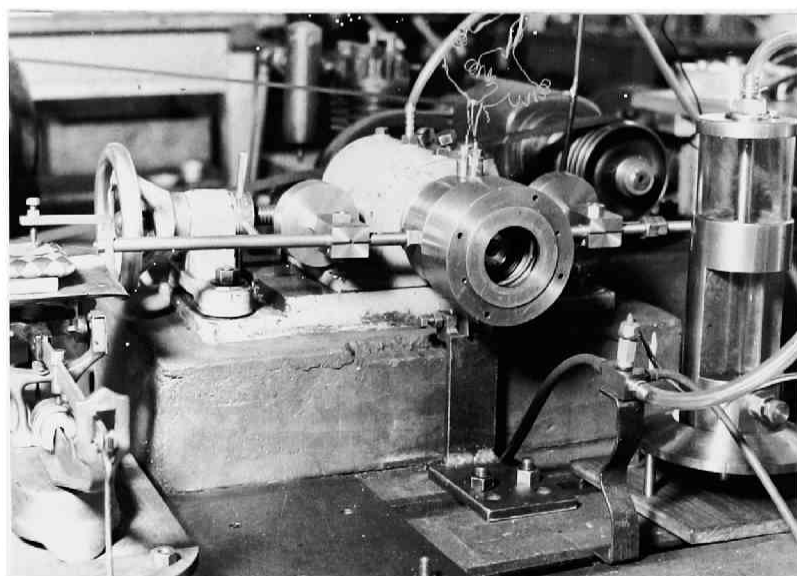
オス・3・1 図は実験装置の配置図である。同期誘導電動機①（回転数 1800rpm）の回転は増速されて中間軸②に伝えられ，更に増速されて高速軸③に伝えられる。実験用軸受は高速軸③の先端部にとりつけられたハウジング④の内部に装着され，ハウジング④から横に出した腕をはかり⑤によって支え実験用軸受の摩擦モーメントを測定した。なお，平衡錘⑥を図のようにとりつけ，ハウジングの自重が実験用軸受に均等に負荷されるようにした。ハウジング④の内部構造はオス・3・2 図に示されるごとくで実験用軸受①は高速回転軸③に正面取付けされ，コイルばね②によってスラスト荷重を加えられるが，荷重を均等に負荷するために自在に傾斜し得る二つのリング③をいれた。なお軸受にはコイルばねによるスラスト荷重の他に軸受箱の自重によるラジアル荷重が軸受 1 個につき約 5.22 kg 負荷される。軸受温度上昇測定のために熱電対 4 が挿入され，外輪温度上昇を測定した。装置の写真をオス・3・3 図，オス・3・4 図に示す

### (2) 実験条件

実験用軸受は精密級円すいころ軸受 #30208（接触角  $12^\circ$ ），および #31307（接触角  $24^\circ/5'$ ）であり，保持器はいずれも鋼板製である。使用潤滑油は #60 スピンドル油（粘度  $38^\circ\text{C}-10.9\text{cs}$ ， $99^\circ\text{C}-2.65\text{cs}$ ），#90 タービン油（粘度  $38^\circ\text{C}-33.8\text{cs}$ ， $99^\circ\text{C}-5.34\text{cs}$ ），航空用エンジン油（粘度  $38^\circ\text{C}-33.9\text{cs}$ ， $99^\circ\text{C}-22.8\text{cs}$ ）の 3 種類であり，それぞれ噴霧或は油浴として給油した。ころがり軸受の潤滑法には油浴潤滑，滴下潤滑，噴射潤滑，噴霧潤滑等数



第 2.3.3 圖

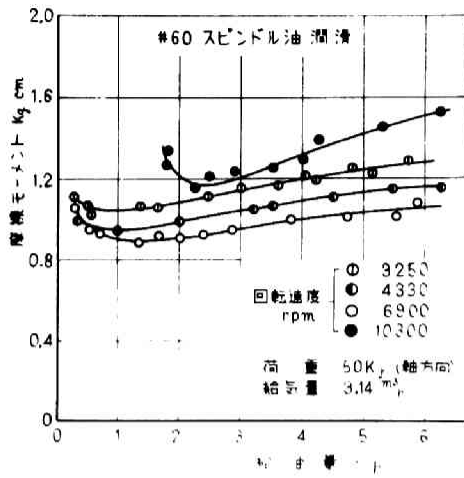


第 2.3.4 圖

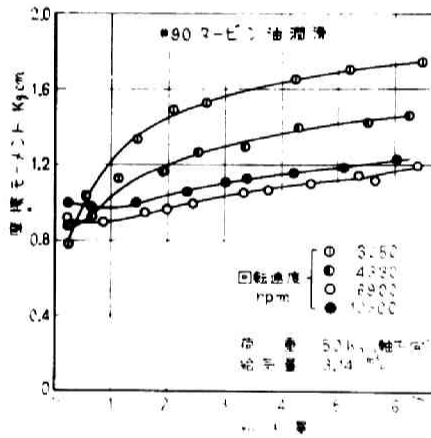
種あるが、高速度軸受の潤滑法としては潤滑本末の目的の他に冷却能力を兼ね備えたものでなければならない。その意味で噴射潤滑と噴霧潤滑が高速度軸受の潤滑法として最も適したものとされている。一方潤滑本末の目的のためには、極微量の潤滑油があればよく、余剰油は攪拌抵抗を惹起するので有害である。本論文の目的とする潤滑機構の解明のためにも、このような攪拌抵抗は解析に不便である。そこで本章の潤滑法としては噴霧潤滑を主として用い、攪拌抵抗を知るために油浴潤滑をも一部に用いた。噴霧の発生装置は図1・5・1図に示した通りでサー編文5章において詳述したごとく、給油量の精密測定が可能である。また別に浮遊式流量計によって供給空気量を測定した。発生した油霧と空気の混合流体はニツプル⑦からノズル⑥を通過して二つの実験用軸受に供給される。次に回転速度はフーリの組合せを変えて、6000～15000 r.p.m.まで段階的に変速した。軸受荷重はコイルばねの長さおよび種類を変えることによって50～270 kgまで変化させた。

### オ 3 節 噴霧潤滑に関する基礎特性

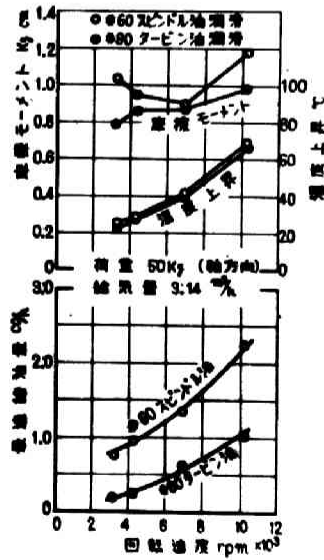
噴霧潤滑は微量の潤滑油を霧状にし、これを多量の空気とともに軸受内に送り込むもので、<sup>54)55)57)～59)</sup>微量の潤滑油が潤滑本末の目的、すなわち、摩擦の低減、摩耗および焼付の防止などに使用され、空気が冷却の役割を果たす。サー編文5章で明らかにされたようにころがり接触面の潤滑油量は少ないほど摩擦が少なくなるから、極微量の潤滑油のみを供給し、空気による冷却作用をも行う噴霧潤滑法は合理的な潤滑法と言える。勿論、軸受の場合にはころがり接触のみでなく、すべり接触をも含んでいるから必ずしも上記の議論は成り立たないが、必要最小油量が非常に少ない量であることはすでに明らかにされている。<sup>47)</sup>以上、噴霧潤滑における給気量と給油量が軸受性能に如何に影響するかを検討する。なお以下に示す図面はいずれも円すいころ軸受#30208についての



第 2.3.5 図



第 2.3.6 図



第 2.3.7 図

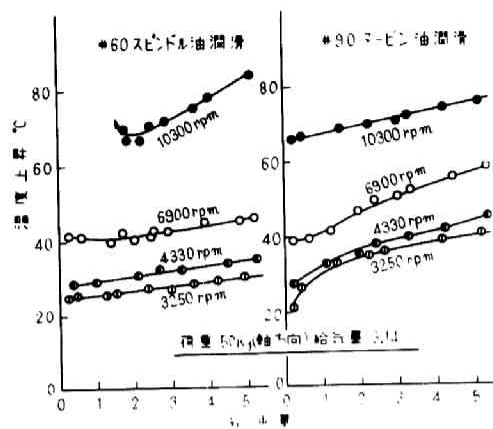
実験結果である。

#### (1) 給油量の影響

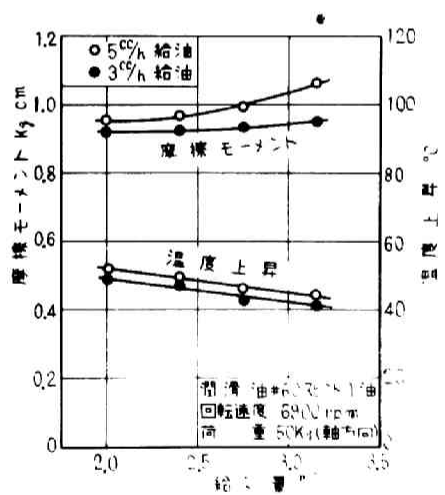
オ2・3・5図はスピンドル油の噴霧で潤滑した場合における給油量と摩擦モーメントの関係を示したものである。10300 rpmを除いて給油量1cc/h程度までは給油量の減少が摩擦を低下せしめ、これ以下の給油量においては摩擦の増加があらわれている。すなわち給油量の減少にともなつて軸受内の油量も減少し、せん断やかくはんによる抵抗が少なくなり摩擦も低下するのであるが、この場合が1cc/h以上の給油領域に相当するものである。また更に微小な給油領域では軸受中の油量が接触面に厚い油膜を形成するのに必要な最小油量よりも少なくなり、摩擦面は境界摩擦状態に進入し、その結果摩擦が増加するものと考えられる。したがって、電氣性能を最良ならしめる給油量が存在し、その値は回転数の増加とともに増すことが明らである。

このような関係はオ2・3・6図のタービン油潤滑の場合にも明らかで、最小給油量はスピンドル油の場合よりもいっそう少い値となる。特に3250 rpmおよび4330 rpmにおいてはその最小値が実験範囲においてあらわれていない。これらは高粘度による油膜負荷能力の向上と、油の附着性が良好なことによるものと考えられる。なお噴霧潤滑として用いるべき潤滑油の粘度について興味ある事実は、オ2・3・5, 2・3・6図を比較して明らかなごとく、油量がある程度多い範囲では高粘度のタービンの方が高摩擦を示すが、微量給油領域ではかえって高粘度油が低い摩擦値を示す場合がある点である。この現象は微量給油領域において低粘度油の場合、油膜が負荷能力を失いやすいためと解釈される。

今、摩擦を最小にする給油量をもって最適給油量とすれば、その回転速度に対する値はオ2・3・7図のごとくである。同図にはこの給油量で潤滑した時の摩擦モーメントおよび温度上昇の値を示してある。ここでの温度上昇とは外輪温度と室温との差であ



第 2 3.8 図



第 2.3.9 図

る。もとより明らかなようにタービン油はスピンドル油に比してはるかに微量の給油が可能であり、その時の運転性能もより良好である。

温度上昇におよぼす給油量の影響はオス・3・8図に示されるごとく、摩擦の場合と同様給油量の減少とともに温度上昇も低下するが、微量給油領域においては摩擦の場合におけるがごときはつきりした変化はあらわれていない。

## (2) 給気量の影響

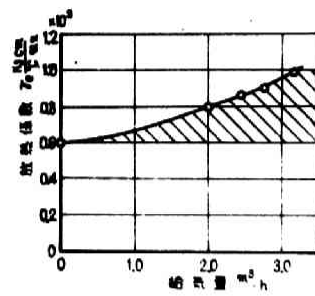
オス 3・9図にスピンドル油で潤滑し回転速度を6900 rpm とした場合の給気量の影響を示す。ここでいう給気量とは標準状態における容積であり、供試軸受1個についての値である。図に示されるごとく給気量増加にともない温度上昇は低下しているが、摩擦は幾分増加している。給気量の増加によって温度上昇が少なくなるのは冷却効果の大きくなることから当然であるが、これに対して摩擦が逆に増加しているのは温度の低下による粘度増加に基因するものである。

ここで給気の冷却効果について考えてみる。オス3・9図で見るように給気量の変化が運転性能におよぼす影響はさほど著しくないうのであるが、冷却効果を運転性能の変化から論ずることは妥当でなく、給気の奪う熱量の方から検討する必要がある。今単位時間の回転数を  $N$ 、摩擦モーメントを  $M$ 、外輪温度上昇を  $\Delta T_e$ 、摩擦仕事率を  $L_b$  とすれば、運転中の単位時間の発生熱量は摩擦仕事率に比例し、外輪温度上昇は発生熱量に比例すると考えてよいから、結局

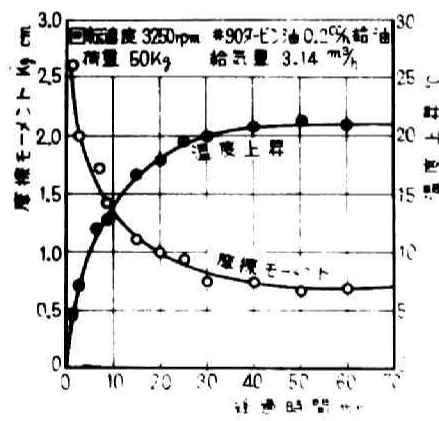
$$\Delta T_e = \gamma_{eo} L_b = \gamma_{eo} \cdot 2 \pi N M \text{ ----- (2.3.1)}$$

ここで  $\gamma_{eo}$  は比例定数であり、これが小なるほど温度上昇は少なくなるが、今





第 2.3.10 図



第 2.3.11 図

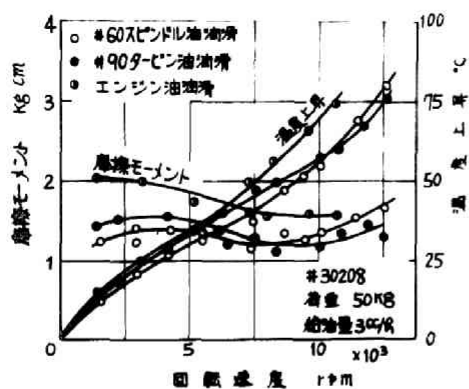
$$\gamma_e \equiv 1/\gamma_{e0} = 2\pi NM / \Delta T_e \quad \text{----} \quad \text{----} \quad (2.3.2)$$

とおき、 $\gamma_e$  を放熱係数と定義すれば、これは軸受箱、潤滑法、回転速度等によって固有な値をとり、この大小によって放熱状態の良否を比較することができる。オス・3・10図に示すように給気の冷却効果も相当著しいものであることがわかる。すなわち斜線の部分が噴霧潤滑における空気の冷却効果をあらわす部分である。ここで給気量零の極限の場合としては同時に実験した油浴潤滑の場合をとった。なお  $\gamma_e$  の値は油浴潤滑や噴霧潤滑のごとく比較しあわずかな給油を行なう場合には給油量の影響を受けないことを確かめてある。

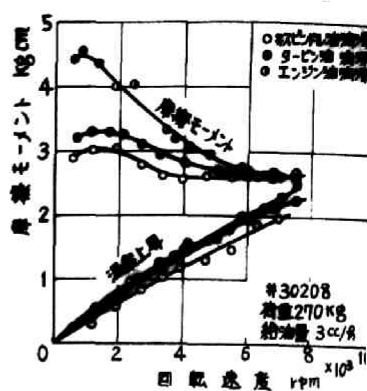
#### オ 4 節 高速度ころ軸受の潤滑特性

##### (1) 運転初期の潤滑特性

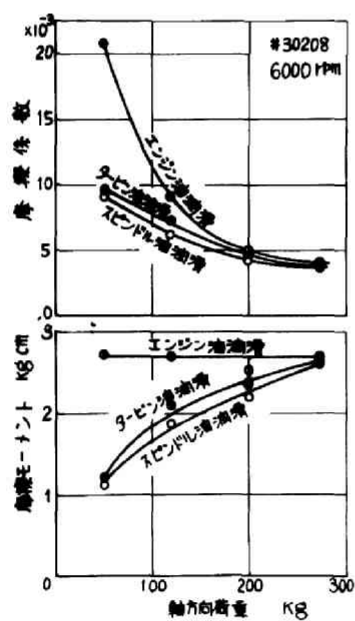
オス・3・11図は運転開始より時間の経過とともに変化する摩擦モーメントおよび温度上昇の状態を示したものである。すなわち時間の経過とともに軸受温度は上昇し、摩擦モーメントは減少し、1時間経過後にはほぼ定常に達している。このような現象は古くから認められているところで、運転開始時には潤滑油温度が低いため、潤滑油の攪拌抵抗が大きく、したがって摩擦モーメントも大きい。運転を続けている間に次第に潤滑油温度が上昇し、粘度も下るため、摩擦もそれに応じて減少するものと考えられていた。しかし、本実験の場合図中にも記してあるごとく、噴霧潤滑によって僅かに0.2℃/hの極微量を給油するもので、軸受中に存在する油量は攪拌抵抗の存在し得ない程度である。それにもかゝわらず粘度変化の影響が著しく現われるという事実はこのような微量潤滑においてもなお軸受摩擦が潤滑油の流体摩擦によって支配されていることを暗示するものである。



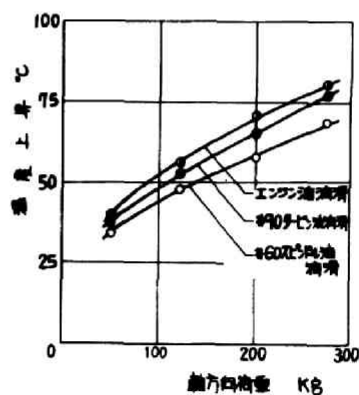
第 2.3.12 図



第 2.3.13 図



第 2.3.14 図



第 2.3.15 図

### (2) 回転速度の影響

すでにオス・3・5 図、オス・3・6 図あるいはオス・3・7 図、オス・3・8 図に回転速度の影響が示されており、DN 値 400,000 までの使用が可能なが明らかにされた。オス・3・12 図およびオス・3・13 図に荷重 50 kg の場合、荷重 270 kg の場合がそれぞれ示される。摩擦モーメントは回転速度と共に減少する傾向が見られ、その傾向は特に高粘度のエンジン油の場合に著しい。しかし摩擦モーメントの変化状態を更に詳細に観察すれば、2000 rpm 程度までの低速領域では摩擦は速度増加に応じてやや増大し、その後 8000 ~ 10,000 rpm 程度までは減少し、更に 10,000 rpm 以上の高速では増加する傾向が示されている。10,000 rpm 以下では潤滑油粘度の高いほど摩擦モーメントも大きい。10,000 rpm 以上では必ずしもこの関係は成立せずオス・3・12 図に見られるように粘度の高い #90 タービン油で潤滑した場合が低粘度の #60 スピンドル油潤滑の場合よりも低い摩擦になっている。このような現象はさきの「給油量の影響」の項で述べたように、極微量給油領域においてもあらわれており、これらの部分では摩擦を構成する主要因が他の部分とは異なっていることを示唆するものである。

次に温度上昇に関しては回転速度に比例して増加することが示されており、軸受温度上昇が摩擦仕事によって惹き起されるものである以上当然の結果である。温度上昇 80℃までは安全に運転できるが 80℃を越えると摩擦変動が大きくなり、安定した運転は不可能になる。

### (3) 荷重の影響

オス・3・14 図およびオス・3・15 図に荷重に対する摩擦および温度上昇の変化が示される。図の摩擦係数  $\mu$  は  $\mu = M / WR$  で定義される量で  $M$  は摩擦モーメント、 $W$  はスラスト荷重とラジアル荷重（軸受の自重によって生ずるもので軸受 1 個あたり 5.22 kg が負荷される）の合成荷重であり、 $R_i$  は内輪軌道中心の半径をとった摩擦



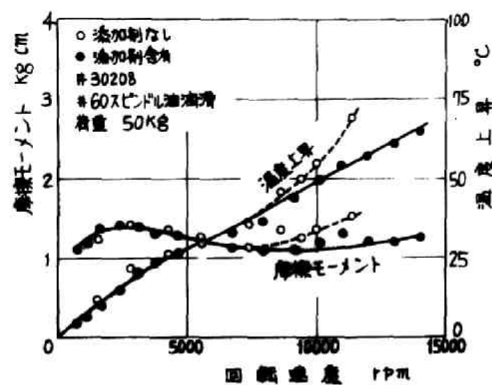
係数は一般に荷重の低い部分で減少し、荷重の増加とともに一定値に近づくと言われているが、本実験の荷重範囲では減少する状態の場合に相当することがわかる。摩擦モーメントは荷重の増加とともに増加している。ただしエンジン油潤滑の場合には摩擦モーメントの増加は見られない。なお、図の場合の給油量は $3\text{ cc/r}$ 、給気量は $3.14\text{ m}^3/\text{r}$ である。以下特に記さない場合はすべてこの状態である。

#### (4) 潤滑油粘度の影響

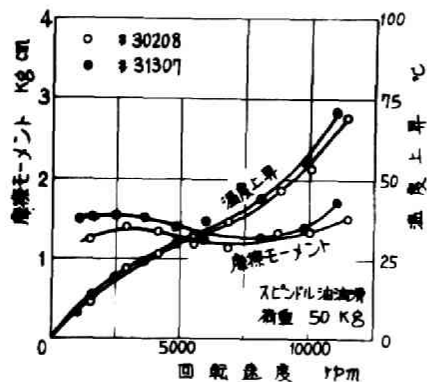
オス・3・12 図、オス・3・13 図或はすでに示した図面中に潤滑油の種類についての摩擦或は温度上昇の相違が示されている。潤滑油の種類による相違はほとんど粘度の相違に起因しているものと考えられる。さきにも述べたように、極微量( $0.2\text{ cc/r}$  以下)給油の場合および $10,000\text{ rpm}$ 以上の高速領域を除いては、一般に粘度の高いほど摩擦、温度上昇ともに高くなる。給油量は $3\text{ cc/r}$  以下であるから、軸受中に存在する油量も極く僅少であり、潤滑油の攪拌抵抗は考えられないにもかゝらず、このように粘度の影響がかなり存在することは軸受摩擦の基本的な構成要素中に流体摩擦の役割が相当程度に大きいことを意味するものと考えることができる。

#### (5) 添加剤の効果

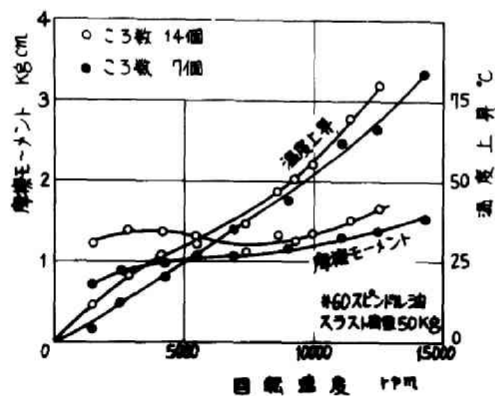
潤滑された面の摩擦は境界摩擦および流体摩擦の混合状態にあると考えてよい。上述のように粘度の影響がかなり存在すること、或は運転初期における摩擦および温度上昇の变化状態などは流体摩擦がかなり大きな部分を占めることを予想させるのであるが、この点をよりはっきりさせるためには、添加剤の効果調べるのが良い。すなわち添加剤は流体摩擦には無関係であり、境界潤滑状態においてのみ作用し、境界摩擦を減少せしめる効果を有する。したがって添加剤の効果の存在する場合は境界潤滑状態にあると



第 2.3.16 図



第 2.3.17 図



第 2.3.18 図

云える。オ2.3.16図はS-CL-P系の添加剤を9%wt含有する潤滑油を使用して実験した結果で、2000rpm前後より高速の領域では明らかに添加剤の効果が認められる。しかし、それ以下の回転速度では添加剤の有無にかかわらず同じ摩擦、同じ温度上昇を示している。またオ二編オ1章で述べた起動摩擦の場合には添加剤の効果が確かめられている。これらの事実から流体摩擦の起り難い低速度の場合と粘度低下や振動のために安定した回転の起り難い十分な高速度の場合を除いて流体摩擦が支配的なものと考えることができる。

#### (6) 接触角の影響

オ2.3.17図に急勾配形（接触角 $240/5$ ）の#31307と普通勾配形（接触角 $12^\circ$ ）の#30208（いずれも外径が等しい）との比較が示される。接触角が大きくなれば接触面荷重は小さくなるので、この点のみから考えれば急勾配形の方が摩擦は小さくなるべきであるが、実際にはかえって摩擦と温度上昇は大きくなっている。この原因としては、#31307のころの長さが#30208のそれに比して約1.2倍長くなっていること、#31307の回転精度は#30208よりも悪いこと、ラジアル荷重の影響などが考えられる。オ二編オ1章に述べたように起動摩擦に際しても同様の比較が行なわれており、同じ急勾配形の方がはるかに大きい摩擦を示している。

#### (7) ころ数の影響

オ2.3.18図は#30208に關して、特にころ数を半分（7個）に減らし、他の条件は変更せずに摩擦と温度上昇を測定し、ころを減らさない場合と比較したもので、ころ数の少ない方が摩擦は少なくなるという結果が得られた。この種の研究はスラスト至軸受の場合についてすでに行われ、転動体数の少ない方がかえって摩擦は大きくなることが実験的に確かめられており、本実験の結果





と逆になっている。また、オニ鋼文/章の起動摩擦の測定の際にころ数の影響を調べているが、この場合にも転動体数の少ないほど摩擦は大きく、オス・3・16 図とは反対の結果になっている。これは、すでに行なわれた研究或はオス章の結果が低速または起動の場合であり、しかも玉軸受であったために境界摩擦に支配される部分が多かったためであると考えられ、流体摩擦になれば後章の理論によって明らかにされるように、転動体数の減少は摩擦を少なくする。

#### (8) 油浴潤滑との比較

噴霧潤滑の効果を知るとともに、軸受内余剰油のかくはん抵抗の大きさを明らかにするために、同じ装置によつて同時に実施した油浴潤滑の場合と運転性能を比較した。結果は両潤滑法における摩擦および温度上昇の比によつて表に示したとおりであるが、摩擦において噴霧潤滑は油浴潤滑の約50%~60%、温度上昇において約30%~50%となり著しく運転性能の向上することがわかる。

オス・3・9 表

回 転 速 度 rpm			3250	4330	6900
噴霧/油浴	摩 擦	スピンドル油潤滑	0.76	0.70	0.70
		タービン油潤滑	0.44	0.50	0.55
	温 度	スピンドル油潤滑	0.53	0.48	0.53
		タービン油潤滑	0.32	0.34	0.38

#### オス 5 節 結 言

本章では高速度円すいころ軸受の基礎的潤滑特性を実験的に検討した。その主要な結果を列記すれば

(1) 噴霧潤滑によって円すいころ軸受はDN値400,000程度まで



安定した運転が可能である。

(2) 運転性能を最良にする最適給油量が存在し、これより多くても少なくとも摩擦および温度上昇は増加する。特にこれより少なければ危険状態に入る。

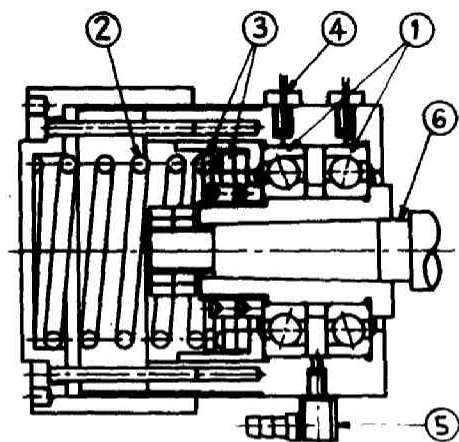
(3) 速度の増加に対する摩擦の変化は少なく、一般にやや減少する傾向にある。

(4) 摩擦および温度上昇は荷重の高いほど、接触角の大きいほど、ころ数の多いほど増加する。

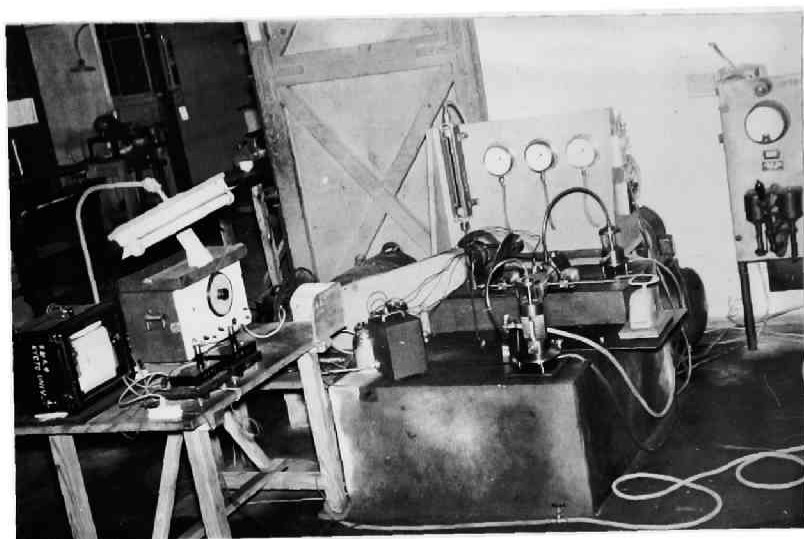
(5) 10,000 rpm 以上の高速において添加剤の効果が認められる。

(6) 3% 程度の潤滑油を供給すれば極低速および超高速を除いて摩擦特性は流体摩擦的性質を示している。

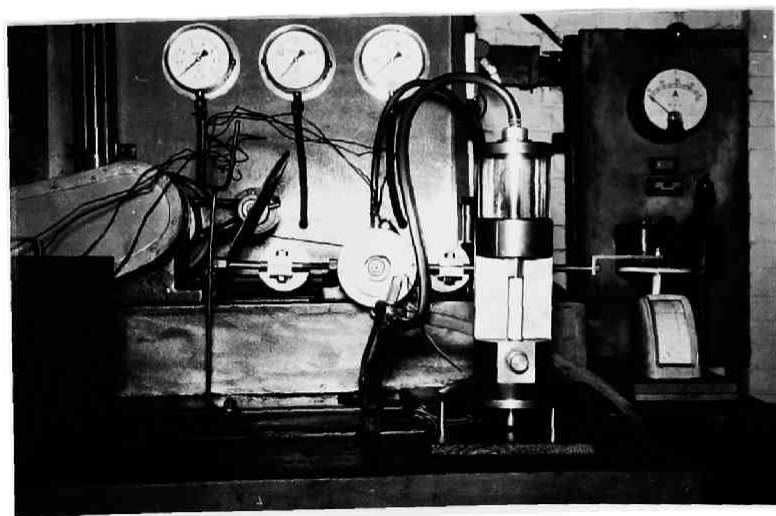
以上の実験結果はオキ章以下の潤滑機構の解析および潤滑理論を導く際の基礎資料となる。



第 2.4.1 圖



第 2.4.2 圖



第 2.4.3

## オ 4 章

### 高速度玉軸受の潤滑特性

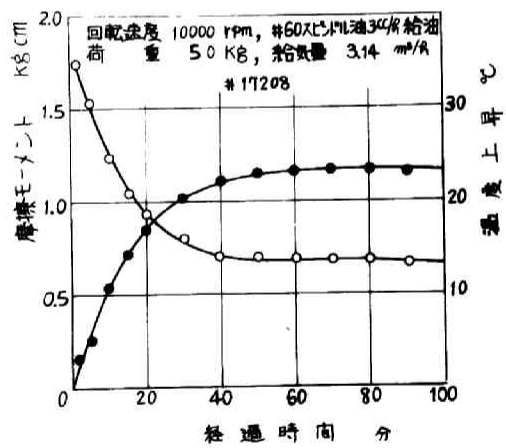
#### オ 1 節 緒 言

高速度軸受として最も良く使用されるものは玉軸受<sup>(54)~(55)</sup>、特に精密級のアンギュラ コンタクト玉軸受である。本章ではスラスト荷重を受けるアンギュラ コンタクト玉軸受および深溝型玉軸受について、DN 値 800,000 までの速度範囲における潤滑特性を前章の場合と同様にして実験的に明らかにする。

#### オ 2 節 摩擦特性および温度上昇測定装置と実験条件

##### (1) 実験装置

玉軸受の実験に対しても前章の円すいころ軸受の実験装置をそのまま利用することができ、円すいころ軸受の代わりに玉軸受を取りつけばよい。オ 2.4.1 図はその状態を示したもので、アンギュラ コンタクト玉軸受①②或は深溝型玉軸受は正面取付けの状態のコイルばね②によってスラスト荷重を加えられる。この場合荷重が均一に負荷されるよう自在に傾斜し得るリング③を介して負荷する。温度上昇は外輪温度を熱電対④により、摩擦モーメントは軸受箱より横に出した腕の先端が負荷する自動はかりにより測定した。また潤滑のための噴霧はノズル⑤から供給される。これらはいずれも前章で述べたと同様である。装置の写真はオ 2.4.2 図、オ 2.4.3 図に示す。



第 2.4.4 図

## (2) 実験条件

実験用軸受は精度級アンギュラ コンタクト玉軸受および並級深溝形玉軸受で、表 2.4.1 に示すごとくである。

表 2.4.1 実験用軸受

型 番	内径 mm	外径 mm	接触角	保 持 巻
17208	40	80	15°	ベークライトもみ抜き
7208C	40	80	20°	“ “
7208A	40	80	30°	黄銅 もみ抜き
7208B	40	80	37°	“ “
17306	30	—	15°	ベークライト もみ抜き
6306	30	—	—	軟鋼 打抜き

ただし、表に示した接触角は製造会社の呼称接触角であり実際には多少の製作誤差があるものと考えなければならない。

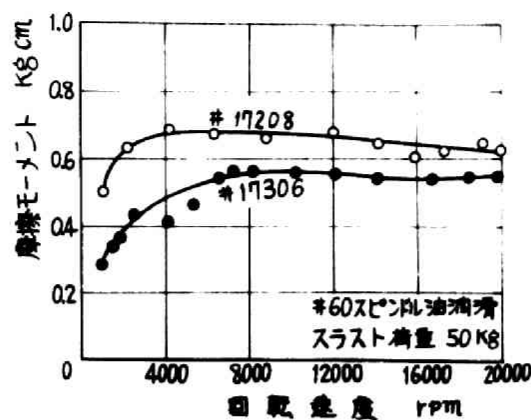
次に使用潤滑油を記すと、#60 スピンドル油（粘度 38°C - 10.9 cS, 99°C - 2.65 cS）、#90 タービン油（粘度 38°C - 33.8 cS, 99°C - 5.34 cS）、#200 タービン油（粘度 38°C - 55.2 cS, 99°C - 7.35 cS）、の 3 種類である。いずれも噴霧潤滑によった、玉軸受の噴霧潤滑法に関する研究はすでに行なわれているので、本章では一定給油量 3 cc/k, 一定給気量 3.14 m<sup>3</sup>/k の条件で潤滑した。回転速度は 600 ~ 20,000 rpm まで変化させ、スラスト荷重は 50 ~ 200 kg まで変化させた。なお、軸受箱の自重がラジアル荷重として負荷され、軸受 1 個あたり 4.52 kg である。

## オ 3 節 高速度玉軸受の潤滑特性

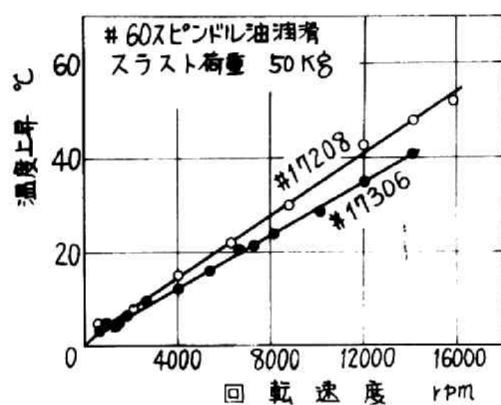
### (1) 運転初期の潤滑特性

表 2.4.4 図に #17208 について、運転開始後 100 分までの摩擦モーメントおよび温度上昇の変化を示す。時間とともに摩擦は減

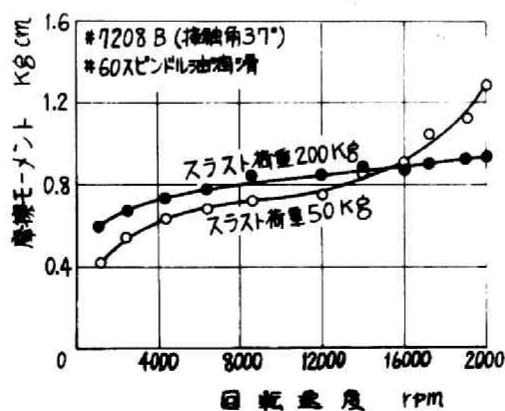




第 2.4.5 図



第 2.4.6 図



第 2.4.7 図

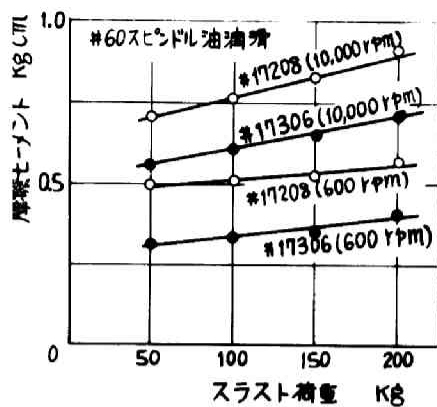
少し、温度は上昇し、約1時間で定常に達する。この状態は前章の場合と定性的には全く一致しており、玉軸受の場合も潤滑油の流体摩擦がかなり重要な役割を果たしていることを示唆するものである。なお、以下に示す実験結果は完全に定常状態に達して後の値である。

### (2) 回転速度の影響

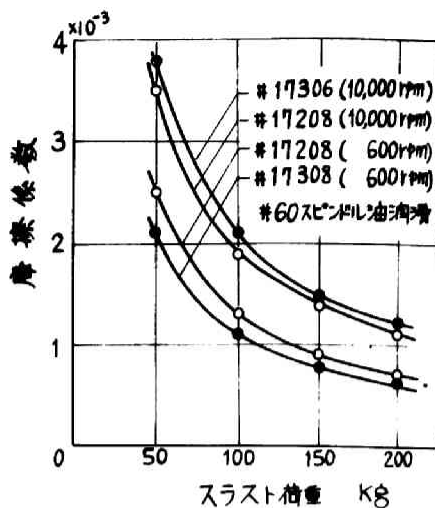
オ2.4.5図およびオ2.4.6図に#17208, #17306 について摩擦モーメントおよび温度上昇の回転速度に対する変化が、それぞれ示される。またオ2.4.7図には接触角の最も大きい(37°) #17208B について摩擦モーメントの変化状態が示される。まずオ2.4.5図に示された結果からは4000 rpm 以上の高速ではほとんど摩擦は一定であると言える。厳密には速度の増加によってやや減少のみであるが、前章の円すいころ軸受の場合に見られた減少傾向よりもはるかに少ない。ただし、400 rpm では速度増加とともに急激に増大する。オ2.4.3図の面軸受とも接触角は15°であるが、大きな接触角の軸受の場合はオ2.4.7図のように速度増加に対する摩擦の減少傾向は見られず、むしろ上昇傾向にある。特に軽荷重(図では50 kg)下では16,000 rpm 以上において著しい摩擦増加を惹起している。図にはあらわれていないが、この状態のとき摩擦変動も大きく、20,000 rpm 以上の高速ではほとんど運転不可能と思われた。しかるに同じ軸受でも比較的重荷重(図では200 kg)を負荷すれば高速における著しい摩擦増加はあらわれず、20,000 rpm 以上の高速運転も可能と考えられる。このような性質のあらわれる原因についてはオ4節において明らかにされる。オ2.4.4図の温度上昇特性については、回転速度に比例して上昇すると言う常識的な結果が得られている。

### (3) 荷重の影響

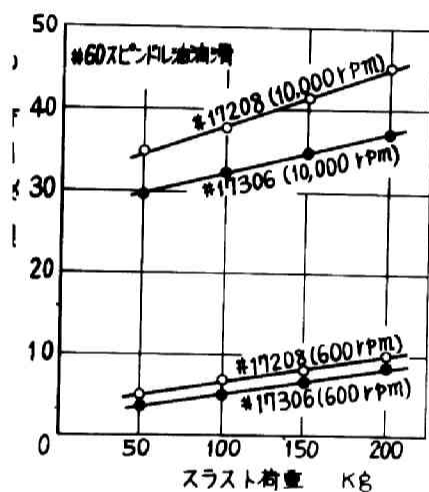
50~200 kg までの間の4種の荷重に対する摩擦モーメントの変



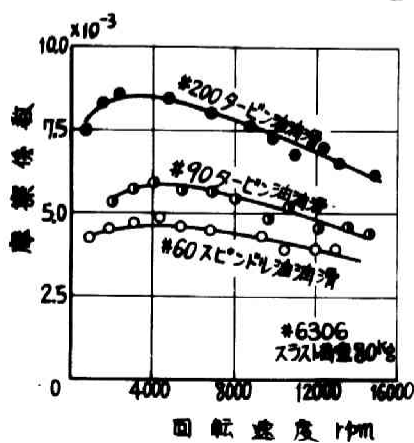
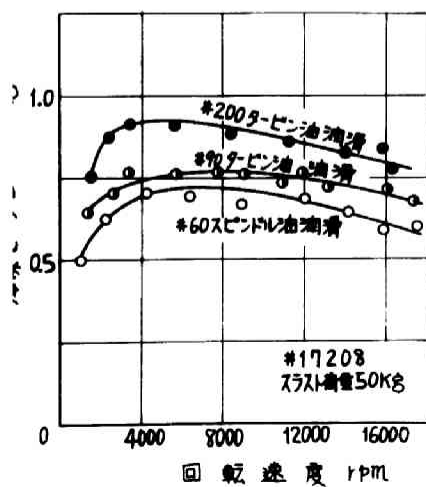
第 2.4.8 図



第 2.4.9 図



第 2.4.10 図



化がオ2.4.8図に摩擦係数の変化がオ2.4.9図に温度上昇の変化がオ2.4.10図にそれぞれ示される。一般に荷重の増加とともに摩擦および温度上昇が増加することは従来明らかにされているところであり、本実験においても同様な結果が得られている。ただ、オ2.4.7図に示したような接触角の大きい軸受の十分高速における摩擦特性に逆の結果があらわれることは注意すべきである。高速軸受の荷重は外部から負荷される軸受荷重の他に、転動体の遠心力による荷重を考慮する必要がある。接触角の大きい軸受では特にこの影響が甚だしく、摩擦特性にも大きく影響することになる。これについてはオ4.4節において詳しい解析を試みる。

オ2.4.9図の摩擦係数の値は実験範囲において減少状態にあり、更に高荷重ではより小さい値で一定値に近い状態になるものと考えられる。一般には高速度玉軸受の摩擦は $10^{-4} \sim 10^{-3}$ と考えて良い。なお摩擦係数 $\mu$ は

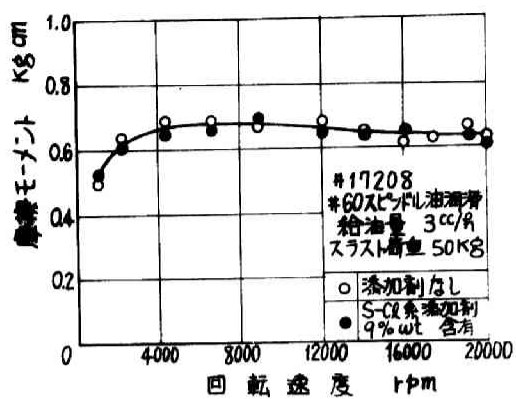
$$\mu = M / WR \quad \text{--- --- --- (2.4.1)}$$

によって計算した。ここで $M$ は摩擦モーメント、 $W$ は軸受荷重で、ラジアル、スラスト両荷重の合成荷重である。 $R$ は内輪内半径である。

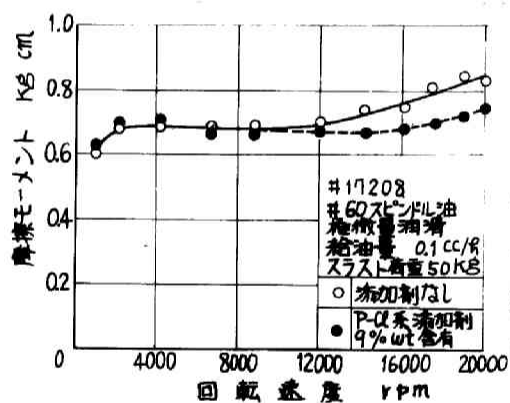
#### (4) 潤滑油粘度の影響

3種の潤滑油によって潤滑した場合の摩擦モーメントの変化状態が、#17208の場合オ2.4.11図に、#6306の場合オ2.4.12図にそれぞれ示される。前者は摩擦モーメント、後者は摩擦係数と示す。図には粘度の高いほど摩擦の大きいことが明らかに示されている。すなわち、玉軸受の場合も円すいころ軸受の場合と同様、潤滑油の粘性に支配される流体摩擦的性質が明確に示されている。

#### (5) 添加剤の影響



第 2.4.13 図

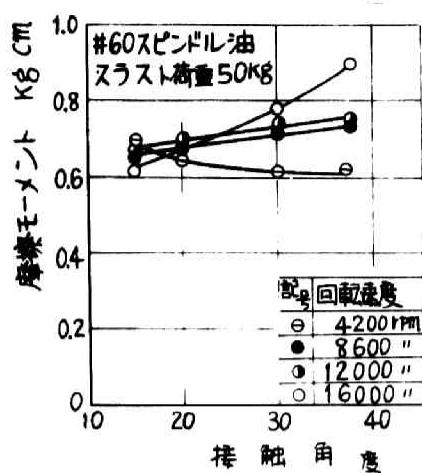


第 2.4.14 図

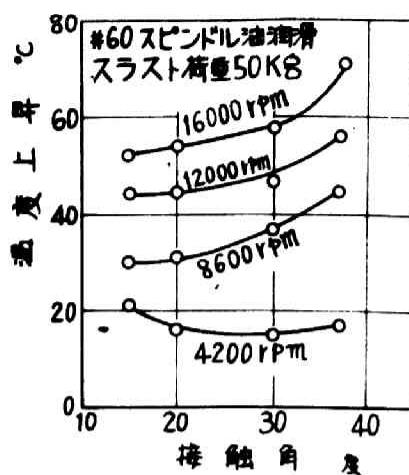
図2.4.13にS-O 系添加剤を加えたスピンドル油と添加剤を含有しない精製スピンドル油でそれぞれ潤滑した#17208の摩擦特性を示す。図に明らかなように添加剤の効果は全く見られないようである。しかし、給油量を上記の場合の3cc/lから着しく少なくして、0.1cc/l とすれば図2.4.14図のごとく、約12000rpm以上の高速で明らかに添加剤の効果が現われる。前章の四すいころ軸受の場合も高速ではじめて添加剤の効果が現われ、その際、高速では潤滑状態が悪くなり境界摩擦状態になるため添加剤の効果が現われるのであろうと推論した。玉軸受の場合においても同様に考えることができ、3cc/l 給油の場合は潤滑に必要な十分の油量が存在するため20000rpmでも添加剤が効果を発揮するような境界摩擦は存在しなかったが、0.1cc/l 給油では油量不足のために容易に境界摩擦状態になったものと考えられる。この点に関しては次章において詳しく論ずる。

#### (6) 接触角の影響

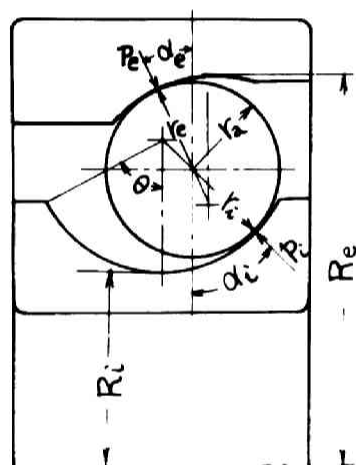
高速度精密軸受として最も良く使用されるものがアンギュラコンタクト玉軸受であることは緒言においても述べたが、ここで問題になるのはどの程度の接触角の玉軸受を採るかである。一般的に言えることは接触角の大きい軸受は大きなスラスト荷重を受けられるので、スラスト負荷の大なる条件下では大きい接触角を持つ玉軸受を採用すべきである。一方ラジアル荷重に対しては、接触角の小さい方が良いので、スラスト、ラジアル両荷重の組合せにより最も適当な接触角が定まるはずである。しかし、これは軸受材料の強度上から見た考え方であり、潤滑性能をも加味すれば、接触角選定の条件はさらに複雑になる。高速度軸受は普通軽荷重で使用されるので材料強度上の問題よりも潤滑性能が重視されるのが普通である。高速度軸受では外部荷重の他に回転球の遠心力荷重が加わり、図2.4.17図に示されたようにこれが高速で潤滑性能に影響を及ぼす。特に遠心荷重のために、運転中の



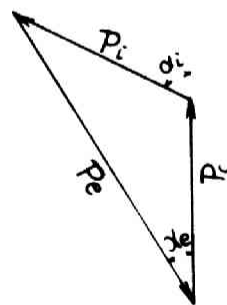
第 2.4.15 図



第 2.4.16 図



第 2.4.17 図



第 2.4.18 図

の接触角が変化することを考慮すべきである。これについては次の章で詳しく検討することにし、ここでは潤滑特性におよぼす接触角の影響についての実験結果をオス・4・15図、オス・4・16図に示しておく。5000 rpm 前後を境として、低速では接触角の大きい方が摩擦および温度上昇はやや少なく、高速では逆の結果となり、接触角の小さいものを使用する方が潤滑性能のよいことが示されている。

#### オ 4 節 アンギラ コンタクト至軸受の接触角について

(1) 回転数、荷重、接触角、接触圧力の関係

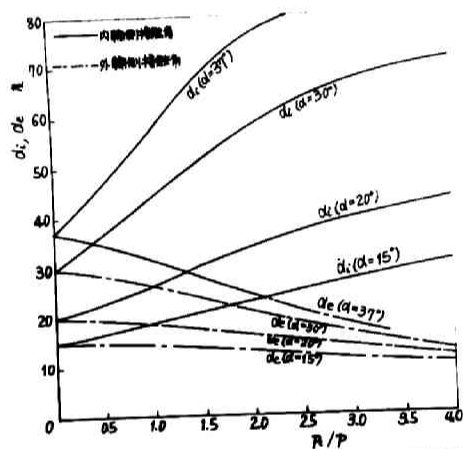
外輪側の接触圧力  $P_e$ 、内輪側の接触圧力を  $P_i$  (転動球1個当り) とすれば、軸受の静止状態における関係式として

$$P_e = P_i = P \cos \alpha \quad \text{--- --- (2.4.2)}$$

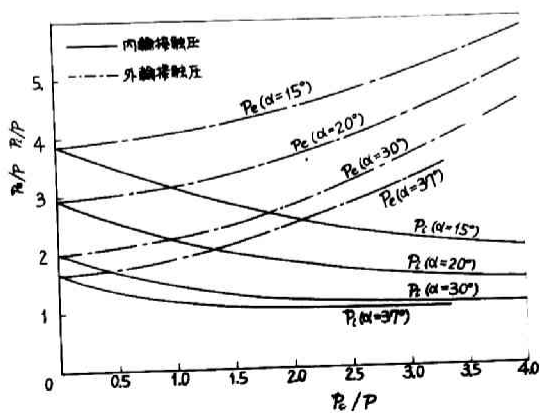
$P$  は転動球1個当りのスラスト荷重、 $\alpha$  は呼称接触角である。高速回転状態になると転動球の遠心力荷重の影響があらわれる。特にスプリングで予圧を加える場合とか、一定の軸方向荷重の加わっている場合のごとく内輪と外輪が比較的容易に相対変移し得る場合には回転に伴う遠心力が大きく影響し、運転中の接触角、面圧等は回転数に応じて変化する等のものである。以下主としてこの場合につき述べることにする。オス 4・17図に示すように、高速回転中の実際の接触角を外輪側、内輪側それぞれ  $\alpha_e, \alpha_i$ 、転動球半径を  $r_a$ 、外輪および内輪溝曲率半径をそれぞれ  $r_e, r_i$ 、外輪および内輪の溝谷半径を  $R_e, R_i$ 、転動球1個の遠心力を  $P_c$ 、内輪溝の中心角を  $\theta_r$  とする。力の平衡はオス 4・18図の如くであり、オス 4・17図のごとき状態においての幾何学的関係を考慮して、次の連立方程式が成立する。

$$P_e \cos \alpha_e - P_i \cos \alpha_i = P_c \quad \text{--- --- (2.4.3)}$$





第 2.4.19 图



第 2.4.20 图

$$P_e \sin \alpha_e = P_i \sin \alpha_i = P \quad \text{---- (2.4.4)}$$

$$r_i + r_e - (r_i - r_a) \cos \alpha_i - (r_e - r_a) \cos \alpha_e = R_e - R_i \quad (2.4.5)$$

(2.4.3), (2.4.4), (2.4.5) を連立方程式として解けばよいのであるが, 取扱いを簡単にするために (2.4.6) 式を変形すれば

$$\left(\frac{r_i}{r_a} - 1\right) + \left(\frac{r_e}{r_a} - 1\right) - \left(\frac{r_i}{r_a} - 1\right) \cos \alpha_i - \left(\frac{r_e}{r_a} - 1\right) \cos \alpha_e - \frac{\delta}{r_a} = 0$$

----- (2.4.6)

ただし,  $\delta = R_e - R_i - 2r_a$  で軸受すきまをあらわす。いま  $k_i = (r_i/r_a) - 1$ ,  $k_e = (r_e/r_a) - 1$ ,  $k_a = \delta/r_a$  とすれば

$$k_i + k_e - k_i \cos \alpha_i - k_e \cos \alpha_e - k_a = 0 \quad \text{----- (2.4.7)}$$

一方  $P_i = 0$  の時  $\alpha_e = \alpha_i = \alpha$  なる関係がある。したがって上式より

$$\cos \alpha = 1 - \{k_a / (k_i + k_e)\} \quad \text{-- (2.4.8)}$$

$$\text{逆に } k_a = (k_i + k_e)(1 - \cos \alpha) \quad \text{-- (2.4.9)}$$

(2.4.7) 式に代入してまとめると

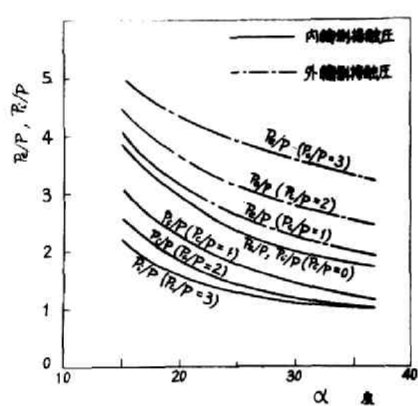
$$\left(\frac{k_i}{k_e} + 1\right) \cos \alpha - \frac{k_i}{k_e} \cos \alpha_i - \cos \alpha_e = 0$$

$(k_i/k_e) = k$  とおけば

$$(k + 1) \cos \alpha - k \cos \alpha_i - \cos \alpha_e = 0 \quad \text{----- (2.4.10)}$$

したがって連立方程式は (2.4.3), (2.4.4), (2.4.10) となる。しかるにこの方程式は簡単には解けない。そこでこれを数値的に解いて得られる結果をオ2.4.19図, オ2.4.20図に示した。ただし, この際  $k$  の値としては内径 30 mm ~ 60 mm 程度の軸受に用いられている値として  $k = 0.2$  を採用した。

両図とも横軸に無次元数  $P/\rho$  をとったが, 回転数を  $N$  rpm とすれば



第 2, 4, 21 图

$$P_c = \frac{w}{g} \cdot R_a \cdot \left( \frac{2\pi N}{2 \times 60} \right)^2 \text{ ----- (2.4.11)}$$

$w$  はボール重量

にてあらわされる故、軸方向荷重をボール個数で割った値  $P$  を知れば  $P_c/P$  を知ることが出来る。

オス・4.19図は回転数による接触角の変化をあらわしたもので、内輪側接触角は回転数の増加に伴い大きくなり、その割合は呼称接触角  $\alpha$  の大きいほど大きい。即ち接触角の比較的大なる軸を高速で回転せしめる場合には予慮しない大きな角度で接触することになり危険状態になり得ることがある。従ってその様な場合には軸方向荷重を充分大きくして用いる必要がある。

外輪側接触角は内輪の場合と逆で回転数の増大に伴い、減少し呼称接触角の大なるほどその減少割合も著しい。

次にオス・4.20図は回転数による内外輪軌道の接触圧力の変化をあらわしたもので回転数の増大にともなって、内輪側は減少、外輪側は増大する。

次に接触面圧力を  $P_c/P$  をパラメータとしてあらわすとオス・4.21図のようになる。負荷容量の点からは回転数の有無にかかわらず  $\alpha$  の大きい方が有利であることが示されている。

本章の実験に使用した軸受の場合の  $P_c/P$  の値はオス・4.2表に示すごとくである。

オス・4.2表

$N \cdot \text{rpm}$	4200	8600	1200	16000
$P_c/P$	0.282	1.13	2.20	3.91

これをオス・4.19図、オス・4.20図に代入すれば  $\alpha_i$ ,  $\alpha_e$ ,  $P_i$ ,  $P_e$  の値がわかり、呼称接触角およびオス(2.4.2)式から計算した  $P_e$ ,  $P_i$  の値とは大きな相異がある。回転数の低い向は接触圧の影響が大きく、従って # 17208 が最大の摩擦モーメントを示すが、



回転速度大なるに従い、 $\alpha_i$  の急上昇の影響を受け、逆に $\alpha$ の大なる順に摩擦も大となるものと考えて良いであろう

一般に寿命或は精度の点から高接触角の軸受を高速回転に用いる場合には $P_e/P$ を1以下になるようにして用いる必要がある。高速軸荷重用には接触角 $\alpha$ の小なる方が有利である。

## (2) 限界回転数

回転数の増加によって内輪側接触角 $\alpha_i$ が増加する様様はオ2.4.19図に示した通りであるが、 $\alpha_i$ が限界接触角 $\alpha_{max}$ に達すればもはや正常な接触を行ない得なくなる。従って、 $\alpha_i = \alpha_{max}$ となる回転数をもって限界回転数と名付けて良いであろう。

(2.4.3), (2.4.4) 式より $P_i, P_e$ を消去すれば

$$\frac{P_e}{P} = \frac{\cos \alpha_e}{\sin \alpha_e} - \frac{\cos \alpha_i}{\sin \alpha_i} \quad \text{-----} \quad (2.4.12)$$

$\alpha_i = \theta_r$ , また(2.4.10)式より

$$\cos \alpha_e = (k+1) \cos \alpha - k \cos \alpha_{max}$$

$$\therefore (P_e/P) = \frac{(k+1) \cos \alpha - k \cos \alpha_{max}}{\sqrt{1 - \{(k+1) \cos \alpha - k \cos \alpha_{max}\}^2}} - \cot \alpha_{max} \quad (2.4.13)$$

従って限界回転数 $N_{max}$ は

$$N_{max} = \frac{60}{\pi} \sqrt{\frac{gP}{W \cdot R_a}} \cdot \sqrt{\frac{(k+1) \cos \alpha - k \cos \alpha_{max}}{1 - \{(k+1) \cos \alpha - k \cos \alpha_{max}\}^2}} - \cot \alpha_{max} \quad (2.4.14)$$

(2.4.10) 式に於いて $\alpha_e < 90^\circ$ なることを考慮すれば

$$\cos \alpha < \frac{k}{k+1} \cos \alpha_{max}$$

なる場合には、如何なる回転数にても使用し得る。



## オ 5 節 結 言

噴霧潤滑で潤滑された高速度玉軸受の潤滑特性を実験的に探究した。その主要点を要約すれば、

(1) 摩擦モーメントは高速において回転速度の影響をほとんど受けない。

(2) 荷重の増加とともに摩擦は増大し、摩擦係数は  $10^{-4} \sim 10^{-3}$  程度である。

(3) 潤滑油の粘度はかなり影響し、粘度の高いほど摩擦、温度上昇は増加する。

(4) 上記の特性に合致しない場合、たとえば回転速度の増加とともに摩擦が増加するような性質の示されることがあるが、この場合の軸受摩擦は境界摩擦状態になっているものと考えられ、添加剤が効果的に作用する。しかし、これ以外の一級の場合の摩擦は流体摩擦によって支配されており、添加剤の効果はない。

(5) 高速におけるアングュラー コンタクト玉軸受の接触角は転動球の遠心力の影響を受けるので、低速における接触角とは著しく異なる値になる。一般に高速度用玉軸受として接触角の小さいものの方が良好な潤滑性能を示す





## オ 5 章

### 高速度ころがり軸受の潤滑機構の解析

#### オ 1 節 緒 言

オ3, 4章において高速度ころがり軸受の潤滑特性について、実験的に検討した。本章ではその実験結果を基礎として、潤滑機構の解析を行なう。

ころがり軸受の潤滑性能を向上させる根本的な方法は摩擦が如何にして発生し、潤滑油がその摩擦をどのような機構によって低減せしめるものであるかを明らかにすることである。

摩擦にはすべり摩擦ところがり摩擦とがあり、ころがり軸受ではその両者が適当な割合で混在していると考えられる。すべり摩擦については古くから多くの研究が行なわれその性質は十分解明されている。ころがり摩擦についてはオ一節において研究したので、その性質もほぼ明らかにされた。したがって本章でなすべきことは、まず、ころがり軸受内において摩擦が如何なる部分から発生するかを明らかにし、さらにころがり摩擦とすべり摩擦の混合割合を解析するとともに、それらの間の関連性および運転条件或は潤滑条件によって如何に変化するかを解明することである。

#### オ 2 節 摩擦構成要素の分析

ころがり軸受の摩擦モーメント  $M$  は次のような摩擦構成要素の総和であると考えることができる。

$$M = M_r + M_c + M_s + M_e + M_a \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad (2.5.1)$$



$M_r$  は転動体と軌道面間のころがり摩擦に基因する摩擦モーメントである。転動体、軌道面間は必ずしもころがり接触をなすとは限らず、すべりを伴う場合もあるが、その場合も含めて考えることにする。 $M_c$  は保持油と転動体間のすべり摩擦に基因する摩擦モーメント。 $M_s$  は転動体とつば面との間のすべり摩擦に基因する摩擦モーメントで、玉軸受の場合にはこれは存在しない。 $M_e$  は余剰油の攪拌抵抗による摩擦モーメントを意味し、噴霧潤滑のごとく最小必要油量のみを供給する場合には存在しない。すなわち、油浴或は油噴射などの多量の油による潤滑を行なった場合の摩擦と噴霧潤滑の場合の摩擦との差として求められるものである。第3章のオ2.3.1表に油浴潤滑と噴霧潤滑の比数を示したが、この表から  $M_e$  の大略値を推定できる。なお、噴霧潤滑の場合でも給油量を増せば摩擦モーメントが増えたが、これは攪拌抵抗によるものではなく、接触面における潤滑油の剪断抵抗が増大するに因りである。このような剪断抵抗も広義には攪拌抵抗と見做せるが、ここで言う攪拌抵抗  $M_e$  は潤滑上には全く無益な油による攪拌抵抗を意味する。噴霧潤滑で供給油量を多くした場合軸受内部の油量も増えるが、それらの大部分は摩擦も増加せしめる。しかる一方潤滑油膜を形成して境界接触を少なくする働きをなすから、潤滑上有益である。油膜を形成するのに必要な油以上に油量が増えた場合  $M_e$  が形成されるものと定義する。次に  $M_a$  は空気抵抗であって、ここにオー論オ3章で明らかにした1個の鋼球の空気抵抗と大差ないものと考えれば、軸受全体の摩擦の数%を占めるに過ぎない。

本章では軸受摩擦の基本的構成要素である  $M_r$ 、 $M_c$ 、 $M_s$  について解析を試みる。

### オ 3 節      ころがり接触部分の摩擦

まずすべりを伴わないころがりのみの場合を考える    潤滑状態



で、転動体と軌道面間は完全な流体潤滑になる可能性もあるが、普通は流体潤滑部分と境界潤滑部分とが混在する状態であると思われる。すなわち、あらさの凸起部同志が境界油膜を介して接触する僅少な面積の部分と流体的な厚い油膜によつて隔てられる他の大部分とに分けられる。オー編の章の実験およびオ、ク章の理論によつて、このような場合の摩擦の大部分は流体摩擦であることが明らかにされているが、簡単に分析的な考察をなせば次のようである。境界接触部分にもとずく摩擦はオー編の章の実験のうち極微量潤滑の場合或は乾燥の場合に相当し、摩擦係数が  $10^{-4}$  程度である。転動体および軌道面の仕上状態は非常に良好なものであるから、転動体と軌道面の間隔が十分僅少でなければ境界接触は生じない。このような微小な間隔にはさまれた場合流体油膜の負荷能力は相当大きくなるから、それに反比例して境界接触部分の負担する荷重はかなり小さなものと考えられる。一方、流体接触部分のころがり摩擦係数はオー編の実験および理論から高速において  $10^{-3} \sim 10^{-2}$  であり、しかも流体接触部分の負担する荷重の大きいことを考えれば  $M_r$  の大部分が流体摩擦になることは容易に理解できることである。

ころがり接触面がすべりを伴うのは、接触面が完全流体潤滑になる場合か或はラジアル荷重を受ける軸受の非負荷圈において転動体に負荷される荷重が無い場合に生ずる。前者の場合の摩擦係数は  $10^{-3}$  前後であるから、すべりを伴わない場合と同様に考えてよく、後者の場合は荷重が転動体自重のみであるから、その摩擦も無視して差支えない。

転動体と軌道面間のころがり摩擦係数を  $\mu_r$  (内輪側と外輪側のころがり摩擦モーメントの和をころ中心半径と接触面荷重  $P_r$  とで除したもの) とすれば

$$M_r = \sum \frac{R_i R_e}{R_i + R_e} \mu_r P_r \quad \cdots \quad (2.5.2)$$

$\Sigma$  は全部のころについての総和を意味し、スラスト荷重が大部分



でラジアル荷重の影響が僅少な場合は単にこの数値を求すればよい。 $R_i$ ,  $R_e$  はそれぞれ内外輪軌道中心の半径である。

#### ア 4 節 すべり接触部分の摩擦

##### (1) 転動体，保持器間の摩擦

転動体と保持器の接触面に発生するすべり摩擦による部分であるから 転動体と保持器間の接触面荷重  $P_c$  と接触面の摩擦係数  $\mu_c$  の大小によって左右される。 $P_c$  の発生原因としては，転動体および軌道面の幾何学的不完全さのための転動体間隔の<sup>66)7)</sup>変化，保持器の振動，転動体のすべり<sup>64)</sup>などが考えられるが，普通は転動体と軌道面間のすべり摩擦力以上の力がかゝらないものと考えてよい。すなわち，もしそれ以上の力がかゝれば転動体と軌道面間にすべりが発生し，直ちに接触荷重が小さくなる。

いま転動体と軌道面間の接触荷重を  $P_r$ ，すべり摩擦係数を  $\mu_{rs}$  とすれば，上述の議論から

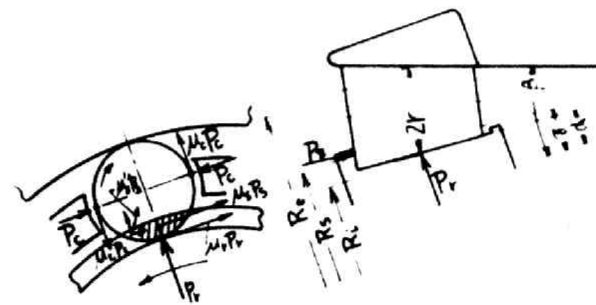
$$(P_c)_{\max} = \mu_{rs} P_r \quad \text{--- (2.5.3)}$$

一方

$$M_c = \sum \frac{R_i R_o}{R_i + R_o} \mu_c P_c \quad \text{--- (2.5.4)}$$

力の関係はオ2.5.1図に示される。(2.5.2), (2.5.4)両式から  $M_r$ ,  $M_c$  の大きさを比較するには  $\mu_r P_r$  と  $\mu_c P_c$  の大きさを比較すればよいことになる。しかるに(2.5.3)式を考慮すれば  $\mu_c P_c \leq \mu_o \mu_{rs} P_r$  なる故， $\mu_r$  と  $\mu_c \mu_{rs}$  の比較に帰着される。転動体と軌道面間の接触面は先述したごとく流体油膜によってへだてられる部分(以後流体接触部分と呼ぶ)と境界接触部分とに分けられる。流体接触部分が支持する荷重を  $P_{rk}$ ，この部分のすべり摩擦係数を  $(\mu_{rs})_k$ ，境界接触部分の支持する荷重を  $P_{rb}$ ，すべり摩擦係数を  $(\mu_{rs})_b$  とすると， $P_r = P_{rk} + P_{rb}$  で





第 2.5.1 图

$$\mu_{rs} = \frac{(\mu_{rs})_k P_{rk} + (\mu_{rs})_b P_{rb}}{P_{rk} + P_{rb}} = (\mu_{rs})_k P_{rk}/P_r + (\mu_{rs})_b P_{rb}/P_r$$

----- (2.5.5)

ころがり接触面でのすべり速度はほとんど零であるから、 $(\mu_{rs})_k$  もほぼ零とみなされ (2.5.5) 式の右辺のオ1項は無視できる。したがって

$$\mu_{rs} \div (\mu_{rs})_b P_{rb}/P_r \quad \text{----- (2.5.6)}$$

完全流体潤滑の場合  $P_{rb}=0$ 、故に  $\mu_{rs} \div 0$  したがって  $M_c \div 0$  であり、完全境界潤滑の場合  $P_{rb}=P_r$ 、 $\mu_{rs} \div (\mu_{rs})_b$  で  $(\mu_{rs})_b$  は一般に  $0.01 \sim 0.1$  程度としてよく<sup>11)</sup>、 $\mu_c$  も同程度とすれば  $\mu_c \mu_{rs}$  は<sup>12)</sup> 前様の値となり、 $\mu_r$  と同程度になる。結局  $0 \leq M_c \leq M_r$  の関係が一般には成立することになり、高速になるほど流体接触部分が増加し  $M_c$  は小さくなる。特に以上の議論は可能な最大荷重  $(P_c)_{ma}$  (オ2.5.3式参照) についてであつたが、実際には保持荷と転動体の接触も断続的なものであり、<sup>16)</sup> その接触荷重も計算される最大荷重よりはるかに小さいものである。したがって、本実験におけるごとく高速力領域では  $M_c$  は  $M_r$  に比して無視できる程度に小さくなるものと考えられる

なお、起動摩擦の場合には完全に境界潤滑状態で  $(\mu_{rs})_b$ 、 $\mu_c$  は  $0.1 \sim 0.5$  程度になるので  $M_c$  の方が  $M_r$  より大きくなる。これについてはすでにオ二編オ1、2章において明らかにされている。

## (2) 転動体、つば間の摩擦

$M_s$  は円すいころ軸受、円筒ころ軸受などつばのある軸受のみに存在するもので至軸受には存在しない。

ころにスキューが発生しない場合にはころとつば面には計算通りの接触荷重  $P_s$  として

$$P_s = P_r \frac{\sin(\beta - \gamma)}{\cos(\gamma - \alpha)} \div P_r \sin(\beta - \gamma) \quad \text{---- (2.5.7)}$$

が作用する。 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  についてはオ2.5.1図に示す通りである。



いま、つばとところの間の接触面において回転方向に働く力を  $\mu_s$  とすれば (オ 2.5.1 図参照)

$$M_s = \sum \frac{R_s R_e}{R_i + R_e} \mu_s P_s \quad \text{--- (2.5.8)}$$

$R_s$  は  $P_s$  の作用点からこの大端面でのころがり接触点までの距離である。(2.5.7) 式を代入して、

$$M_s = \sum \frac{R_s R_e}{R_i + R_e} \mu_s P_r \sin(\beta - \gamma) \quad \text{--- (2.5.9)}$$

したがって  $M_r$  と  $M_s$  を比較するためにはオ (2.5.2) 式およびウ (2.5.9) 式から明らかなごとく、 $\mu_r$  と  $\mu_s \sin(\beta - \gamma)$  の大りを比較すればよい。 $\mu_s$  はころとつば間のすべり摩擦係数よりも小さい値になる。何故ならばすべり摩擦係数を  $\mu'_s$  とし、接触面圧力を  $P_s$  とすれば、接触面上において  $\mu'_s P_s$  なる摩擦力が働くが、その方向はオ 5.1 図に示したごとく、ころと軌道の接触点を中心とする円の接線方向を向いている。この力を分解して円軌道の回転方向の成分を全面積について積分したものを  $\mu_s P_s$  としたのであるから、 $\mu'_s > \mu_s$  である。 $\mu_s$  の値は従来の研究によつて高速になるほど少なくなることが示されており、ほぼ  $10^{-2}$  程度であることが実測されているが、上述の考え方から妥当なものと考えられる  $\sin(\beta - \gamma)$  の値はオ 30208 で 0.07, オ 31307 で 0.15 となり  $\mu_s \sin(\beta - \gamma)$  は  $10^{-4} \sim 10^{-3}$  の値となり  $\mu_r$  の  $10^{-3} \sim 10^{-2}$  に比しては  $1/10$  程度の値である。故に、 $M_s$  は  $M_r$  に比較すれば著しく小さなものになる。特に高速になるほど  $\mu_r$  は大きく、 $\mu_s$  は小さくなるので一層  $M_s$  の占める割合は小さくなる。

以上はころがスキューイングを起さない場合について検討したものであるが、軸受各部の寸法を設計された通りの理想的なものにすることは不可能であるから 実際上微小なスキューイングは常に発生しているものである。スキューイングが生ずれば、つばとところはつばの上端の一点で接触し、その部分の接触圧力  $P_s$  ところ中心に軸方向にかかる力とでモーメントを形成し、傾いた



ころを正常な状態に戻そうとする、このモーメントに釣合うのがころと軌道面間の接触面におけるすべり摩擦力によって形成される回転モーメントである。したがってころ軌道面間が流体潤滑によって隔てられている場合その部分のすべり摩擦力はほとんど零であるから、スキューイングが生じて直ちに正常な状態に戻ることになる。逆に言えばほとんどスキューイングは起らないものと考えることができる。これに対してころと軌道面間が境界接触をなす場合には、この部分に大きなすべり摩擦力が生じるから正常状態に戻すための抵抗も大きく、 $P_s$  は著しく大きくなり、したがってスキューイングのための摩擦が支配的になることも考えられる。

#### オ 5 節 摩擦構成要素の大きさの変化

前節において、 $M_c$ 、 $M_s$  の大きさを  $M_r$  の大きさと比較して検討した。これらの大きさは駆動体と軌道面間の流体潤滑の有無によって大きく変化することが明らかになった。すなわち起動時および低速で回転する場合、或は超高速の場合などのごとく、流体潤滑が起りがたく、軸受荷重をころ軌道面間の境界接触部分で大部分支持する場合には、 $M_c$  および  $M_s$  が軸受全摩擦の大部分を占めることになる。一方軸受荷重の大部分を流体潤滑の圧力によって支持する状態になれば  $M_c$ 、 $M_s$  は少なくなり、 $M_r$  が軸受摩擦の主要部を占めることになる。オス・3・16 図に一例が示されているごとく、潤滑油添加剤の効果が現われるのは軸受温度上昇が  $50^{\circ}\text{C}$  前後からであるが時にその相違が著しくなるのは  $70\sim 100^{\circ}\text{C}$  以上である。すなわちこの温度上昇を越えない程度の高速領域では摩擦は  $M_r$  によって支配されるものとしてよい。 $M_r$  はオ3節で述べたように流体摩擦が大部分であり、これについては理論的にその値を導くことが可能であるので、オ6章においてその理論を導き、実験結果と比較し、本章の理論を実証する。



## オ 6 節 結 言

ころがり軸受の摩擦構成要素を転動体と軌道面間のころがり摩擦  $M_r$ 、転動体と保持器間のすべり摩擦  $M_c$ 、転動体とつばの間のすべり摩擦  $M_s$  および余剰油と空気の増粘抵抗の5種に分け、前三者の基礎的な摩擦構成要素について検討した結果、これらが全摩擦中に占める割合は転動体軌道間の油膜の生成状態によって左右されるもので、起動時或は低速時のごとく油膜の負荷能力がほとんどない場合には  $M_c$  と  $M_s$  が大部分を占めているが高速になって油膜の負荷能力が増すに従い  $M_c$ 、 $M_s$  は小さくなり、代って  $M_r$  の値が増加し、軸受摩擦の主要部を占めるようになることが解析された。





## オ 6 章

### 高速度ころがり軸受の流体潤滑理論Ⅰ

(スラスト荷重を受ける場合)

#### オ 1 節 緒 言

前章までの実験および理論的解析によって、高速度ころがり軸受の摩擦は主として、転動体、軌道面間のころがり接触面における流体摩擦に原因していることが明らかにされた。ころがり摩擦についてはすでにオ一編で明らかにされ、特にころがり接触面の流体摩擦についてはオ6、7両章において詳しい理論的解析がなされた。したがって、ころがり軸受へ上記流体潤滑理論を適用すれば、軸受の潤滑理論を得ることになる。

本章ではまずスラスト荷重を受けた場合の基礎的流体摩擦理論を展開し、前章までの実験結果によって理論の信頼性について検討を行なう。また引き続き次章ではラジアル荷重を受ける場合について一般的な潤滑理論を導く。

#### オ 2 節 基 礎 式

本章では前章の潤滑機構に関する解析を理論式の形として具体化し、実験結果と比較検討することを主目的とするので、一般的な潤滑理論は次章にゆずり、最も基礎的な場合、すなわち Newton 流体の性質をもつ油で潤滑し、転動体はすべりを伴わずにころがると仮定した場合を取り扱う。したがって、この基礎式としてはオ一編において導かれた結果を利用することができ、二次元の場合圧力分布  $P$  は (1.6.34) 式、全圧力  $P$  は (2.6.35) 式、摩擦力



Fは(1.6.40)式, 3次元の場合圧力分布Pは(1.7.13)式, 全圧力Pは(1.7.15)式, 摩擦モーメントMは(1.7.17)式がそれぞれ利用できる。勿論, これらの式は転動体1個についてのものであり, 円すいころ軸受の場合テーパのついたところに適用するためにはころの中心半径を考え円筒と見做して取り扱う必要がある。ころがり軸受のスラスト負荷容量をW, 接触角を $\alpha$ とすれば

$$W = n P \sin \alpha \quad \text{-----} \quad (2.6.1)$$

nは転動体数である。Pは(1.6.35)式或は(1.7.15)式から得られるのでこれを代入すれば負荷容量が得られる。軸受の摩擦モーメントを $M_b$ とすれば,

$$M_b = (R_i + R_e) F \quad \text{-----} \quad (2.6.2)$$

Fは(1.6.40)式或は(1.7.17)式(この式はMで与えられているので鋼球半径で除した値を用いる必要がある)から得られるので, これを代入すれば軸受の摩擦モーメントが得られる。しかし(2.6.1), (2.6.2)両式には油膜厚さ $h_o$ を含んでいるので, 与えられたスラスト負荷Wのもとでの摩擦モーメントを計算する場合には, 一たん(2.6.1)式から $h_o$ を計算し, これを(2.6.2)式に代入して $M_b$ を計算する必要がある。また(2.6.1), (2.6.2)両式に含まれている潤滑油の粘性係数は軸受温度によって大きく変化するから, この点も考慮する必要がある。

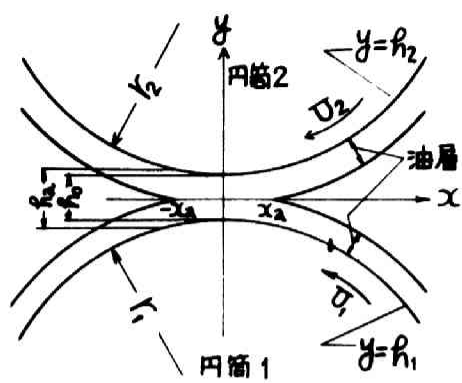
いま, 摩擦仕事率をLとし,  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$ をそれぞれ軸受寸法, 運転速度, 荷重, 油の粘度指数および軸受箱の熱的性質を示す定数群とすれば,

$$L = \varphi_1(\mu, h_o, C_1, C_2) \quad \text{-----} \quad (2.6.3)$$

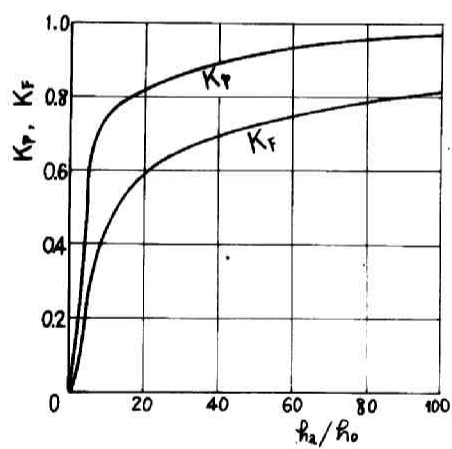
$$h_o = \varphi_2(\mu, C_3, C_4) \quad \text{-----} \quad (2.6.4)$$

$$\mu = \varphi_3(L, C_4, C_5) \quad \text{-----} \quad (2.6.5)$$

(2.6.3), (2.6.4)の $\mu$ に(2.6.5)を代入, 更に(2.6.3)の $h_o$ に(2.6.4)を代入すれば



第 2.6.1 图



第 2.6.2 图

$$L = \varphi_u(L, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) \quad \text{-----} (2.6.6)$$

これより  $L$  を求めて

$$L = \varphi(C_1, C_2, C_3, C_4, C_5) \quad \text{--- ---} (2.6.7)$$

すなわち  $C_1 \sim C_5$  は既知であるから、これより摩擦および温度上昇を理論的に知ることができる。次節に円すいころ軸受の場合についてこの理論を導く。玉軸受の場合は基礎式が複雑であるから、理論の展開が不可能であるため、ここでは省略するが、円すいころ軸受の理論と本質的に相違はないので、定性的には玉軸受の場合にも適合するものと考えてよい。

### オ 3 節 流体摩擦の理論

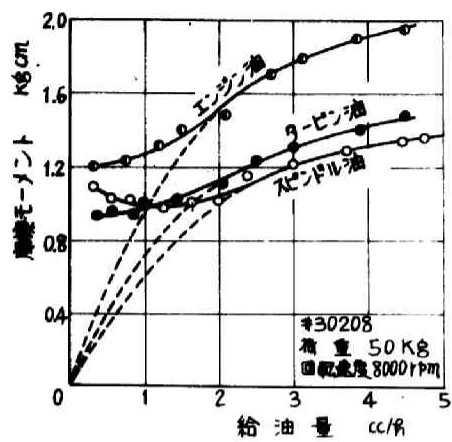
(1.6.35) 式を書き直せば、

$$P = K_p \frac{4\mu U Y_b b}{h_0} \quad \text{--- --- ---} (2.6.8)$$

$$\left. \begin{aligned} K_p &= \frac{3}{4} K_1 \sin^2 Sa + 3 \left( \frac{3}{4} K_1 - 1 \right) Sa \tan Sa \\ K_1 &= \frac{16 Sa + 8 \sin 2Sa}{12 Sa + 8 \sin 2Sa + \sin 4Sa} \end{aligned} \right\} (2.6.9)$$

ここで  $U$  はころ中心に座標を設けたときの、ころおよび軌道面の周速の和であり  $b$  はころの長さ、 $Y_b$  はころ半径を  $Y$  とするとき  $Y_b = YR_2 / (Y + R_2)$  によつて表わされる  $Sa$  は  $\tan^{-1} X_a / \sqrt{2Y_b h_0}$  で、オ2.6.1図のようにころと軌道面の接触を半径  $r_1, r_2$  なる2個の円筒の接触と見做すとき油層の存在範囲を示すものである。オ2.6.2図に示されるように  $K_p$  は油層が十分薄くなったとき急激に減少する。このことは逆に言えば最初油膜厚さの10倍程度(実際には数 $\mu$ 程度)の厚さの油層が存在しさえすればそれ以上いくら多量の油を供給しても負荷容量にはほとんど変化がないことを意味する。

次に摩擦力については (1.6.40) 式を書き直して、



第 2.6.3 図

$$F = K_F \frac{\pi \eta U b \sqrt{2r h_0}}{h_0} \quad \text{----- (2.6.10)}$$

$$K_F = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{4 S a^2 - 2 \sin^2 2 S a + S a \sin 4 S a}{12 S a + 8 \sin 2 S a + \sin 4 S a} \quad \text{----- (2.6.11)}$$

$K_F$  の値はオ 2.6.2 図に示される通りで、油層の厚さの減少とともに、 $K_F$  よりも著しく摩擦は減少する。 $h_a/h_0 = 10$  附近では負荷容量の減少約 25% に対し摩擦の減少は約 55% にも達し、潤滑法として、このような微量給油が非常に良好な性能を与えることを示している。噴霧潤滑において単位時間の供給油量を変化させれば軌道面あるいはころ表面の油層の厚さもそれに応じて変化するものと考えられるから、上述の理論を実験によって確かめることができる。オ 2.6.3 図はその実験結果であり、給油量 2cc/l 程度までは、給油量の減少と共に摩擦は減少している。給油量 2cc/l 以下においても理論によれば破線で示したごとく引き続き減少を続ける筈であるが、実際は図のごとくほぼ一定な値をとり、極希に給油量が少なくなれば摩擦は急激に増加し焼付への過程をたどる。この原因としては給油量 0.2cc/l 附近は丁度オ 2.6.2 図の  $h_a/h = 10$  附近に相当し、これ以下では  $K_F$  が急激に減少するため、流体油膜の負荷容量がなくなり先述したごとく  $M_c$ ,  $M_s$  が大きくなり、 $M_r$  は理論通り減少しても全体としては実験結果のような状態になったものと考えられる。この点より推論すれば給油量 3cc/l で  $K_F = 0.5 \sim 0.6$  であることがわかる。(このとき  $K_F \approx 0.8$ )

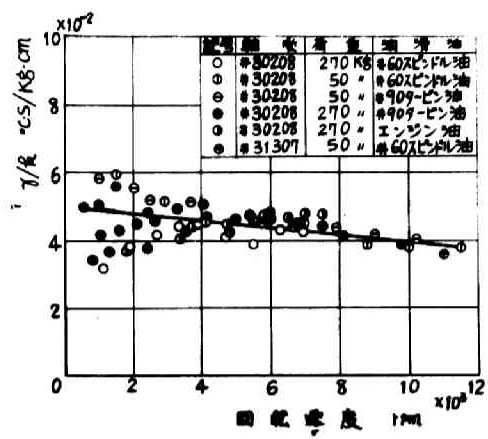
(2.6.8) 式を軸受に適用し  $h_0$  を算出すれば

$$h_0 = \frac{2 K_F \eta \mu V r_0 b}{W} \sin \alpha \quad \text{----- (2.6.12)}$$

一方  $\mu$  については、潤滑油温度を  $T$  とし、 $a$ ,  $b$  を潤滑油の種類によって定まる固有値とすれば、次の近似式によって与えられるものとする。

$$\mu = 1 / (a + b T)^2 \quad \text{----- (2.6.13)}$$





第 2.6.4 図

室温を  $T_r$ 、室温からの温度上昇を  $\Delta T$  とすれば、 $T = T_r + \Delta T$  で  
温度上昇は摩擦仕事に比例すると考えこよいから、<sup>69)</sup>

$$\Delta T = \gamma L \quad \text{-----} \quad (2.6.14)$$

ただし、 $\Delta T$  は潤滑油そのものの温度上昇であるから測定はできない。測定できる外輪温度上昇  $\Delta T_b$  との間に  $\Delta T = k \Delta T_b$  ( $k$  は常数) なる比例関係があり、 $L = M_b V / R_i$  から  $\gamma / k = \Delta T_b R_i / M V$  なる故、 $\Delta T_b, M_b, V$  の実測値から  $\gamma / k$  の変化状態を示せばオス 6.4 図のごとくである。この値は (2) 式からも明らかなように軸受を含む系の放熱の良否を示す値であり、図に示されるごとく、速度によって僅かに変化するが、荷重、潤滑油、軸受種類などには無関係な一定値をとる。

次に (2.6.2), (2.6.10), (2.6.12), (2.6.13), (2.6.14) の各式を連立させ  $k_0, \mu, \Delta T$  を消去するとともに  $L = M_b V / R_i$  を考慮すれば、摩擦仕事量  $L$  が実測できる量  $V, W$  および軸受とその系に固有な値によって次のようにあらわされる。

$$L = \frac{1}{2b\gamma} \left\{ \sqrt{(a+bT_r)^2 + 4\pi b\gamma \frac{K_F}{\sqrt{K_p}} \sqrt{\frac{\pi b V^3 W}{\sin \alpha}}} - (a+bT_r) \right\} \quad (2.6.15)$$

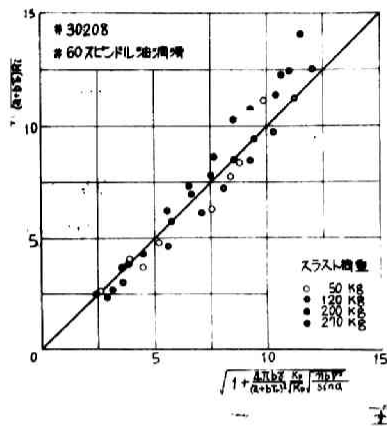
したがって摩擦モーメント、および温度上昇の理論式としては  $M_b = L R_i / V$  および  $\Delta T = \gamma L / k$  に (2.6.15) 式を代入して得られる

#### ア 4 節 理論結果の検討

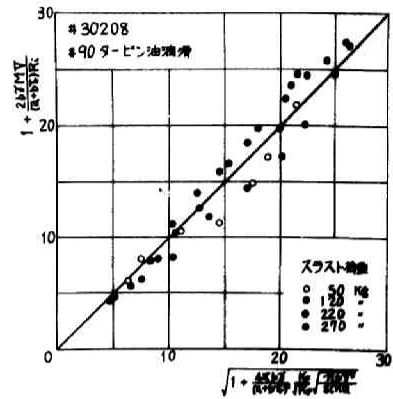
(2.6.15) 式に  $L = M_b V / R_i$  を代入し書き直せば

$$1 + \frac{2b\gamma M_b V}{(a+bT_r) R_i} = \sqrt{1 + \frac{4\pi b\gamma}{(a+bT_r)^2} \frac{K_F}{\sqrt{K_p}} \sqrt{\frac{\pi b V^3 W}{\sin \alpha}}} \quad (2.6.16)$$

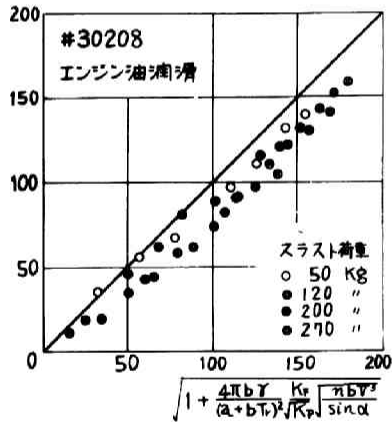
実験値ならびに系の固有値によって上式の左辺および右辺の無次



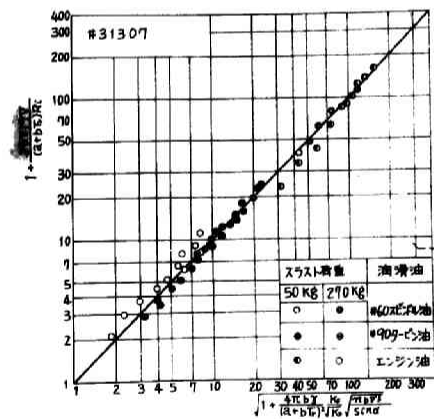
第 2.6.5 図



第 2.6.6 図



第 2.6.7 図



第 2.6.8 図

元量を別々に計算し、理論通り両者が等しくなるかどうかをオ3章の実験結果と比較検討したのがオ2.6.5図～オ2.6.8図である。ただしこの値はオ2.6.14図にて  $t = 3$  と仮定して得た。この仮定は接触面の潤滑油の瞬間温度が外輪外面温度の3倍とする仮定に相当する。また  $K_F$ ,  $K_p$  はすでに求められた通りで  $K_F / \sqrt{K_p} = 0.1$  として計算した。オ2.6.7図のエンジン油潤滑の場合を除いて、他の図では回転数、荷重、潤滑油粘度、接触角、この数等いずれが変つても(2.6.15)式の関係は非常に良く成立している。このことは高速度円すいころ軸受の摩擦が主として駆動体軌道面間に形成される流体摩擦によって左右されることを示すものである。(2.6.15)式は種々な仮定のもとに導かれた近似式であるが、これをより厳密にするためには、接触面の弾性変形、圧力による粘度の変化、軸方向の圧力分布、あるいは接触面の接触部分による荷重の負担などを考慮する必要がある。これはいずれも(2.6.15)式のLの値を小さくするような要素と考えられるから、実際は理論の方が実験より小さくなり、その差が、保持油やつばによって形成される摩擦に相当するものと考えられる。オ2.6.7図のエンジン油の場合は高粘度のため、より完全な流体潤滑となり、厳密解に近ずいたものとみるのが妥当である。

一般に円すいころ軸受の摩擦或は温度を測定すれば(2.6.16)式によって図のごとく理論との違いを調べ理論線の上になるか下に出るかを調べることによって運転状態の良否を知ることができ

## オ 5 節 結 言

本章ではスラスト荷重を受けるころがり軸受の基礎的な流体潤滑理論式を示し、更に運転条件から直ちに摩擦および温度上昇を計算し得る理論式を円すいころ軸受の場合について導き、オ3章の実験結果と比較検討した結果、理論と実験は非常に良好な一致



を示すことが明らかにされた。これによってさきにオ5章において解析した潤滑機構の正しいことが立証され、このがり軸受の摩擦はこのがり接触面の流体摩擦によって支配されることを確認した。



## オ 7 章

### 高速度ころがり軸受の流体潤滑理論Ⅱ

(ラジアル荷重を受ける場合)

#### オ 1 節 緒 言

前章に引きつづきラジアル軸受に関する流体潤滑理論を展開する。すなわち前章において理論と実験が良好な一致を示し、ころがり軸受の摩擦が流体潤滑理論によってあらわされることが明らかなにされたので、さらに一般的な理論を導くことが残された重要な課題である。さきにオ一節オ6, 7章においてころがり接触面の流体潤滑理論に関して非 *Newton* 流体の場合、すべりを考慮した場合、非定常荷重の負荷される場合など一般的な理論を導いた。スラスト荷重を受ける場合はオ一節で得られた結果を前章(2.6.1)式および(2.6.2)式に代入すれば得られる。ラジアル荷重が負荷される場合は各転動体の負担する荷重がことなるので、それに対する考慮が必要である。以下この場合について、*Newton* 流体(油の場合に相当)、非 *Newton* 流体(グリースの場合に相当)いずれにも適用可能な理論を、ころのすべりが存在しない場合、非定常荷重の負荷される場合について導く。

ただし、本章においても前章同様ころ軸受の場合のみについて解説し、玉軸受の場合は省略する。2次元接触と3次元接触の間に本質的相違はないから、得られた結果は玉軸受の場合にも定性的に適合するものと考えてよい。

#### オ 2 節 基 礎 方 程 式





円筒ころ軸受のころと軌道面間の接触はオー編第6章で述べた2円筒の接触と見做すことができるので、オー編で得られた結果を直ちに適用することが可能である。ただ、ラジアル荷重の負荷される場合であるから、各ころの特性がそれぞれ異なるので軸受全体としてはそれらを積分する必要がある。いま、オ2.7.1図のごとく非負荷側から角度 $\theta$ なる位置にあるころの負担する荷重（油膜の全圧力）を $P_b$ とすれば、軸受の全負荷容量 $W$ は

$$W = - \sum_{\theta=\theta_1}^{\theta_2} P_b \cos \theta \div - \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_b \cos \theta d\theta \quad (2.7.1)$$

摩擦モーメント  $M_b$  は

$$M_b = \frac{R_i}{V} \sum_{n=1}^n L = \frac{R_i n}{2\pi V} \int_0^{2\pi} L d\theta \quad \text{----} (2.7.2)$$

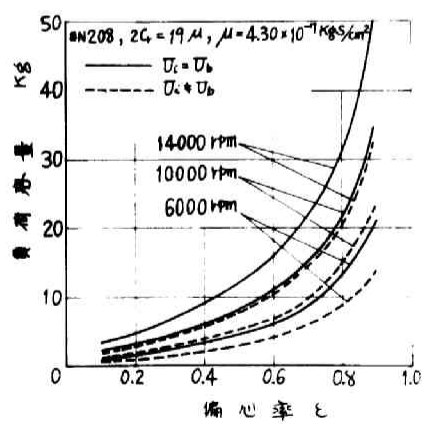
$$L = F_{bi} U_i + F_{be} U_e + 2 F_{br} U_r$$

ここで $n$ はころ数、 $V$ は内輪の絶対周速 $U_i$ 、 $U_e$ 、 $U_r$ はそれぞれ内輪外輪、ころの相対周速（ころ中心に座標軸を置く）、 $F_{bi}$ 、 $F_{be}$ 、 $F_{br}$ も内外輪およびころの摩擦力である。また $L$ はころと軌道面間の摩擦仕事率である。 $P_b$ と $F_b$ は最小油膜厚さ $h_{oi}$ 、（内輪側）、 $h_{oe}$ （外輪側）の函数であり、 $h_{oi}$ 、 $h_{oe}$ には次の関係がある。

$$h_{oi} + h_{oe} = Cr (1 + \varepsilon \cos \theta)$$

$Cr$ は軸受すきまの $1/2$ 、 $\varepsilon$ は偏心率である。 $h_{oi}$ 、 $h_{oe}$ は内輪および外輪接触面の全圧力の釣合いから求まる。これについてはすでにBüche<sup>72)</sup>が解析しているように $h_{oi} \div h_{oe}$ と考えて差支えない。結局、(2.7.1)、(2.7.2)にオー編の結果を代入すれば、(2.7.1)式から負荷容量が(2.7.2)式から摩擦モーメントがそれぞれ求まる。

### オ 3 節 すべりの存在しない場合の理論



第 2.7.2 圖

ころと軌道面間に僅かでも境界接触部分が存在すれば、ころはすべらずに回転する。本節ではこの場合を取扱う。オ一第の(1.6.30), (1.6.35)式から

$$\left. \begin{aligned} P_{b0} &= K_{p0} R_b \tau_o \\ P_b &= K_{p\tau} R_b \tau_o + K_{p\eta} \frac{8\eta U R b}{C_r (1 + \varepsilon \cos \theta)} \end{aligned} \right\} \text{---- (2.7.3)}$$

$P_{b0}$  は  $U$  が十分小さい場合,  $P_b$  は  $U$  が或る程度大きい場合で以下,  $W, F$  についても同様である  $U$  は  $(U_e + U_r)/2$  または  $(U_i + U_r)/2$  である。なお他の記号についてはオ一第オモ章に記したものと同様である。上式を(2.7.1), (2.7.2)式に代入すれば,

$$\left. \begin{aligned} W_0 &\doteq 0 \\ W &= K_{p\eta} \frac{8\eta U R b \eta}{C_r} \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \text{----- (2.7.4)}$$

すなわち  $W_0$  は全く軸受の負荷容量に影響しないことになる。ただし、上式は(2.7.3)式において、 $K_{p0}$  を一定として得られたのであるが、実際上は軸受中にグリースが充填しているわけではないので  $x_a/h_o$  の大きさは  $\theta$  によって変化し、 $W_0$  は正の値をとるものと考えることができ、なお(2.7.4)式は粘性係数  $\eta$  の油潤滑の場合と全く同形で、負荷容量はほとんど塑性粘度  $\eta$  によって左右されることがわかる。オ2.7.2図の実線は井208 ( $R_i = 30 \text{ mm}$ ,  $R_e = 35 \text{ mm}$ ,  $b = 10 \text{ mm}$ ) のスピンドル油潤滑の場合を例として負荷容量を計算した結果である。なお図中の破線は後述のすべりが存在する場合の結果である

次に1個のころに働く摩擦力  $F_{b0}$  および  $F_b$  は(1.6.39), (1.6.40)式から

$$F_{b0} = K_{F0} b \tau_o x_a$$



$$F_b = K_{Fcb} \tau_o x_a + K_{F\eta} \frac{2\pi\eta U_b \sqrt{Rc_r(1+\varepsilon \cos \theta)}}{c_r(1+\varepsilon \cos \theta)}$$

$F_{bi} = F_{be} = F_{br}$ ,  $U_i = U_e = U_r = V/2$  を考慮して (2.7.2) 式に代入すれば

$$M_o = 2R_{inb} \tau_o x_a - \frac{8}{\pi} R_{inb} \tau_o \sqrt{rc_r} \sqrt{1+\varepsilon} \times E\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right)$$

$$M = 2R_{inb} K_{F\tau} \tau_o x_a + \frac{8\eta U_{bn} R_L \sqrt{R}}{\sqrt{c_r}} \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right)$$

----- (2.7.5)

この  $M_o$  は起動摩擦に相当するものである。また  $x_a$  は軸受中に存在する油滑剤の量によってきまるもので、もし軸受中に潤滑剤が充滿しておれば  $x_a = R$  となり、普通の場合にはこれで近似すればよい。なお (2.7.5) 式において  $F$  および  $E$  はそれぞれヤコビおよびヤコビの不完全積分である。

#### オ 4 節 傾歪荷重に対する SQUEEZE FILM の負荷容量

傾歪荷重が負荷された際、内外輪の相対的速度を  $V_b$  とすれば、ころと軌道面の接近速度  $\nabla$  は  $\nabla = -V_b \cos \theta$  として表わされる。

(1.6.43), (1.6.45) 式から

$$P_{bo} = K_{so} R_b \tau_o$$

$$P_b = K_{s\tau} R_b \tau_o - \frac{6\pi\eta R^{3/2} V_b \cos \theta \sqrt{c_r(1+\varepsilon \cos \theta)}}{c_r^2(1+\varepsilon \cos \theta)^2} \quad (2.7.6)$$

(2.7.1) 式に代入して

$$W_o = K_{so} R_{nb} \tau_o$$

$$W = \frac{K_{so}}{\pi} R_{nb} \tau_o + K_{s\eta} \frac{12\eta R^{3/2} V_b \pi b}{c_r^{3/2}} \frac{1}{\varepsilon^2 \sqrt{1+\varepsilon}} \left\{ \frac{2-\varepsilon^2}{1-\varepsilon} E\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \right\}$$



$$-2F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right)\} \text{-----} (2.7.7)$$

## 第 5 節 非定常荷重を受ける場合の理論 (すべりは存在しない)

実際の軸受においては回転体の不平衡や、軸受構造に基固する振動荷重或は外力の変動など常に非定常の荷重が負荷されている。本節ではこの点を考慮した理論を導く。まず理論の展開に先立つて(1.6.29)式によって制限される適用範囲について検討しておく必要がある。

振動荷重  $f(t)$  が(1.6.62)に示されるような正弦関数の場合(1.6.59)式の左辺の最大値は

$$k \left| \frac{df(t)}{dt} \right| / \{f(t)\}^{3/2} \Big|_{\max} \\ = \sqrt{2} k \omega \sqrt{\frac{\sqrt{1+3A^2} - A^2 - 1}{(2 - \sqrt{1+3A^2})^2}} \text{-----} (2.7.8)$$

ここで  $A$  は振動荷重の振幅で(1.6.62)式に示されている。

(1.6.62)の  $f(t)$ ,  $g(t)$  の関係を十分な精度で成立させるため、 $0 \leq A \leq 0.5$  の場合を考えることにし、(2.7.8)が  $A$  についての増加関数であることを考慮すれば、

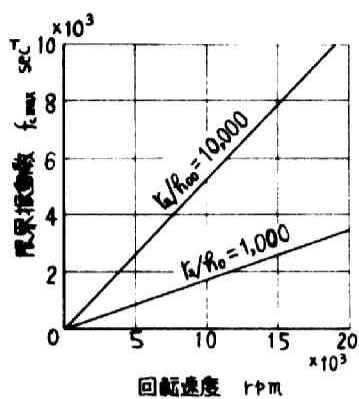
$$k\omega \leq 1/3 \text{-----} (2.7.9)$$

が(1.6.59)の成り立つ十分条件となる。間夜数を  $f_c$  とすれば(2.7.9)および(1.6.55)から

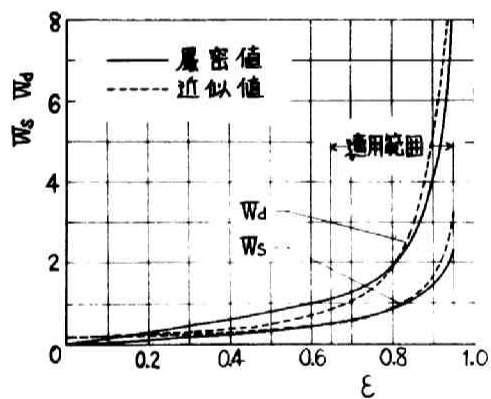
$$f_c \leq D_m N / 1080 \sqrt{2Rh_{00}} \text{-----} (2.7.10)$$

ここで  $D_m$  は内輪軌直径、 $N$  は毎分の回転速度である。普通の円筒-ろ軸受では  $D_m$  とおのの径  $2R$  との比がほぼ 4:1 であるから、 $h_{00}$  がころ半径  $R$  の  $1/1000$  および  $1/10000$  の二つの場合(実際の軸受ではこの両数値の間に含まれる値をとるとみてよい)に





第 2.7.3 図



第 2.7.4 図

ついで(2.7.10)の成り立つ限界振動数  $f_{c \max}$  を図示すればオス7.3図のごとくである。流体潤滑になるためには相当高速度で運転される必要があるが、図はそのような高圧において、(1.6.59)式が相当な高周波の振動荷重にまで適用可能であることを示している。結局円筒ころ軸受に振動荷重が負荷される場合には(1.6.59)式が適用され、内外輪ところの間の油膜全圧力  $P_b$  は(1.6.53)より、

$$P_b = \frac{8\mu U R b}{c_r} \frac{1}{1+\varepsilon \cos \theta} - \frac{6\mu R^{3/2} b^2}{\sqrt{c_r}} \frac{\cos \theta}{(1+\varepsilon \cos \theta)^{3/2}} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{---(2.7.11)}$$

軸受の全負荷容量  $W_b$  は

$$\begin{aligned} W_b = & -\frac{\eta}{2\pi} \int_0^{2\pi} P \cos \theta d\theta = \frac{4\eta U R b \eta}{c_r} \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1 \right) \\ & + \frac{2\mu}{\pi} \frac{\eta R^{3/2} b^2 \eta}{\sqrt{c_r}} \frac{d\varepsilon}{dt} \times \frac{1}{\varepsilon^2 \sqrt{1+\varepsilon}} \left\{ \frac{2-\varepsilon^2}{1-\varepsilon} E\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \right. \\ & \left. - 2F\left(\frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \right\} \quad \text{---(2.7.12)} \end{aligned}$$

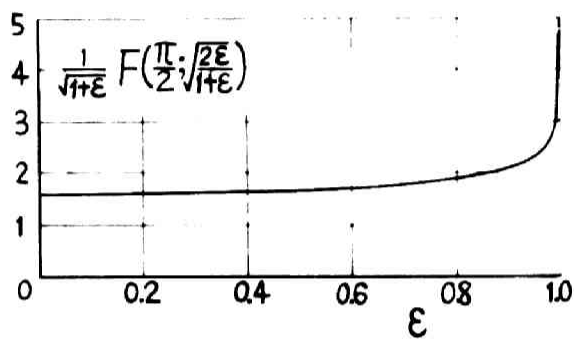
この式は負荷側の中央において荷重が最大となる振動体の負荷容量の周数としてあらわされる次の式によって近似できる。

$$W_b = \frac{\eta}{6} P_{\theta=\pi} = \frac{\eta}{6} \left\{ \frac{4\eta U R b}{c_r} \frac{1}{1-\varepsilon} + \frac{6\pi\eta R^{3/2} b^2}{\sqrt{c_r}^3} \frac{1}{(1-\varepsilon)^{3/2}} \frac{d\varepsilon}{dt} \right\} \quad (2.7.13)$$

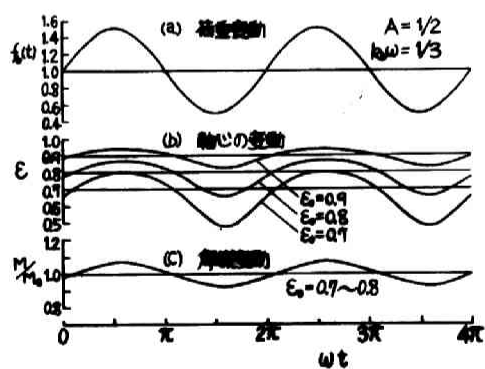
すなわち(2.7.12), (2.7.13)を

$$W_b = \frac{4\eta U R b \eta}{c_r} W_s + \frac{6\pi\eta R^{3/2} b^2 \eta}{\sqrt{c_r}^3} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} \right) W_d \quad \text{---(2.7.14)}$$

とおき、無次元量  $W_s$ ,  $W_d$  に関して(2.7.12)の厳密値, (2.7.13)の近似値をそれぞれ比較すれば、オス7.4図のようになる。 $\varepsilon$ の小さい部分では負荷能力がなく、 $\varepsilon$ が十分1に近い状態では固体接触状態となるから、流体潤滑を考え得る適用範囲としては、 $\varepsilon = 0.7 \sim 0.95$  程度が考えられる。この範囲では図に明らかなごとく近似値と厳密値は相当良好な一致を示している。2円筒接触の場合の  $g(t)$ ,  $f(t)$  を定めたと同様に、振動荷重の平均値  $W_m$



第 2.7.5 図



第 2.7.6 図

を負荷したときの偏心率を  $\varepsilon_0$  として,  $g_b(t) \equiv (1-\varepsilon)/(1-\varepsilon_0)$ ,  $f_b(t) \equiv W_b/W_m$  と定義すれば, (2.7.13) 式は

$$f_b(t) = \frac{1}{g_b(t)} - \beta k_b \frac{1}{2\{g_b(t)\}^{3/2}} \frac{dg_b(t)}{dt} \quad \text{--- (2.7.15)}$$

ここで  $k_b \equiv 3\sqrt{\gamma_a c_r(1-\varepsilon_0)}/2U$  である。いま,

$G_b \equiv \sqrt{g_b(t)}$  とおけば

$$f_b(t) = \frac{1}{G_b^2} \left\{ 1 - \frac{\pi}{2} k_b \frac{dG_b}{dt} \right\} \quad \text{--- (2.7.16)}$$

これは (1.6.58) 式と同型であるから, 円筒ころ軸受の場合を2円筒接触の場合に帰着せしめることができる。すなわち2円筒の場合に得られた関係で  $f(t)$  を  $f_b(t)$  に,  $g(t)$  を  $g_b(t)$  に,  $k$  を  $k_b(t)$  なる等価係数にそれぞれおきかえれば, 直ちに円筒ころ軸受の場合の解が得られる。

一方, 摩擦に関しては, 1個のころとの接触面に作用する摩擦力が

$$F_b = \frac{\pi \eta V_b \sqrt{2Rk_0}}{2k_0} - \frac{1.7\eta b R V_b \cos \theta}{3k_0} \quad \text{--- (2.7.17)}$$

であらわされるので, (2.7.2) 式に代入して

$$M_b = \frac{8}{3} \frac{\eta V_b \eta R_i \sqrt{R}}{\sqrt{c_r}} \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) - \frac{14}{3} \frac{\eta V_b b \eta R_i}{c_r} \frac{1}{\varepsilon} \quad \text{--- (2.7.18)}$$

摩擦モーメントの変動は (2.7.16) 式から得られる  $\varepsilon$  の変動を上式に代入することによって得られる。

摩擦モーメントの値は  $F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right)/\sqrt{1+\varepsilon}$  に比例するから, ア2.7.5図に示すごとく, その変化は上述の流体潤滑適用範囲内で非常にわずかであり, 荷重変動に応ずる摩擦変動は非常に小さくなることが予想される。ア2.7.6図に一例として平均荷重  $\bar{W}_0$  が一定に負荷されたときの偏心率および摩擦モーメントをそれぞれ  $\varepsilon_0, M_0$  とし平均荷重の  $1/2$  の振幅で荷重が変動する際の軸心および摩擦の変動状態を示したが, 摩擦変動は  $\varepsilon_0$  のいかににかかわらず50%の荷重変動に対しわずかに7%程度の変動を示すに



とどまっている。また振動荷重を受けても軸心の安定度は相当高いものであるということも図から明らかである。

## サ 6 節 ころのすべりを考慮した場合の理論

(1) 円筒ころ軸受内におけるころのすべり

1) ころの運動についての力学的考察

円筒ころ軸受中でころは軌道面および保持器との接触面においてモーメントを受けているが、軌道面ところとの接触面における油膜の摩擦力  $F_e$ ,  $F_i$  ( $e, i$  はそれぞれ外輪および内輪に関する添字) によるモーメントを  $M_r$ , 保持器によるそれを  $M_c$  とすれば、ころを回転させようとするモーメント  $M$  は、

$$M = M_r - M_c \quad \text{-----} \quad (2.7.19)$$

ところで定常回転状態においては

$$F_e = F_i = F$$

とおけるから、

$$M_r = 2F r_a \quad \text{--- -- --} \quad (2.7.20)$$

しかるに内輪側の等価半径を  $r_i$ , 外輪側のそれを  $r_e$  とすれば

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{\frac{r_i}{2h_{oi}}} \pi b \mu (U_i - 3U_r) \\ &= \sqrt{\frac{r_e}{2h_{oe}}} \pi b \mu (U_e - 3U_r) \quad \text{-----} \quad (2.7.21) \end{aligned}$$

内外輪の接触面が流体潤滑状態にあれば、全圧力の釣り合いから

$$\frac{2\mu(U_i + U_r)r_b}{h_{oi}} = \frac{2\mu(U_e + U_r)r_b}{h_{oe}} \quad \text{-----} \quad (2.7.22)$$

(2.7.21), (2.7.22) を連立方程式として解けば

$$U_e = U_i \quad \text{-----} \quad (2.7.23)$$

$$r_e/h_{oe} = r_i/h_{oi} \quad \text{--- -- --} \quad (2.7.24)$$

(2.7.23) の意味するところは、両軌道面との接触面において完全に流体油膜が生じておれば、公転すべりは零であるということ



である。しかし公転すべりの存在する場合の解析の可能性をも残すため

$$U_e = k_e V, \quad U_i = k_i V \quad \text{-----} (2.7.25)$$

とおく、 $V$ は内輪軌道面の絶対座標系における周速である。内外輪とも完全流体潤滑であれば、

$$k_e = k_i = k = \frac{r_e}{2(r_i + r_a)} V$$

(2.7.24) から  $\sqrt{r_e/h_{oe}} = \sqrt{r_i/h_{oi}} = H$  とおけば、

(2.7.20), (2.7.21) より

$$M_r = \sqrt{2} \pi \mu b r_a H (kV - 3U_a) \quad \text{-----} (2.7.26)$$

次に保持部ところの関係は一種の滑り軸受とみなすことができるから、 $M_c$  については Petroff の基礎式を利用して

$$M_c = 2\pi c_f b r_a^2 U_a / c_{re} \quad \text{-- -- --} (2.7.27)$$

$c_{re}$  は保持部ところの面の半径方向すきま、 $c_f$  は部分軸受に相当するための補正係数である。ここで  $K_c = 2\pi c_f b r_a^2 / c_{re}$  とおけば、 $M_c = K_c U_a$  なる故、結局 (2.7.19) は

$$M = \sqrt{2} \pi \mu b r_a H (kV - 3U_a) - K_c U_a \quad \text{-----} (2.7.28)$$

接触面における最小油膜厚さは、オ 2.7.1 図に示す  $\theta$  の関数で  $h_e + h_i = c_r (1 + \varepsilon \cos \theta)$  なる故、(2.7.28) 式中の  $H$  は書き直されて

$$M = K_r \frac{kV - 3U_a}{\sqrt{(1 + \varepsilon \cos \theta)}} - K_c U_a \quad \text{-----} (2.7.29)$$

ただし

$$K_r = 2\pi \mu b r_a \sqrt{\frac{r_c}{c_r}}, \quad \varepsilon = \frac{e}{c_r}$$

$r_c$  はころの中心の公転半径であるから、上式によつてころに加わ





る回転モーメントが明らかとなったが、この慣性モーメントを  $I$ 、自転角速度  $\omega$ 、公転角速度  $\Omega$ 、時間  $t$  とすれば

$$I d\omega/dt = M \quad \text{-----} \quad (2.7.30)$$

なる運動方程式が成立する。これを解けば、

$$U_a = e^{-J} \left\{ \frac{k K_r r_a V}{I \Omega} \int \frac{e^J}{\sqrt{1 + \varepsilon \cos \theta}} d\theta + C \right\} \quad \text{-----} \quad (2.7.31)$$

$$J = \frac{r_a}{I \Omega} \int \left( \frac{3 K_r}{\sqrt{1 + \varepsilon \cos \theta}} + K_c \right) d\theta \quad (C \text{ は積分定数})$$

これに  $J$  による置換積分をほどこせば

$$\begin{aligned} U_a &= e^{-J} \left\{ \frac{kV}{3} \int e^J dJ - \frac{r_a k V K_c}{3 I \Omega} \int e^J d\theta + C \right\} \\ &= \frac{kV}{3} \left( 1 - \frac{r_a K_c}{I \Omega} e^{-J} \int e^J d\theta \right) + C e^{-J} \quad \text{-----} \quad (2.7.32) \end{aligned}$$

のように変形することができる。この積分定数  $C$  を決めるために  $\theta = \theta_0$  において  $U_a = U_{a0}$  であるとし、 $J$  において  $\theta = \theta_0$  とおいた値を  $J_0$  とすれば、

$$\begin{aligned} C &= e^{J_0} \left\{ U_{a0} - \frac{kV}{3} \left( 1 - \frac{r_a K_c}{I \Omega} e^{-J_0} \int_{\theta_0}^{\theta_0} e^{J_0} d\theta \right) \right\} \\ \therefore U_a &= \frac{kV}{3} \left( 1 - \frac{r_a K_c}{I \Omega} e^{-J} \int_{\theta_0}^{\theta} e^J d\theta \right) \\ &\quad + \left( U_{a0} - \frac{kV}{3} \right) e^{J_0 - J} \quad \text{-----} \quad (2.7.33) \end{aligned}$$

ここにおいて積分はこの1回以上の公転については考える必要はないから、 $(\theta - \theta_0) < 2\pi$  とし、しかも  $e^J$  が増加函数であることを考慮すれば



$$e^{-J} \int_{\theta_0}^{\theta} e^J d\theta < 2\pi$$

がなりたつ。一方  $raKc/I\Omega$  に実際のころがり軸受の諸数値を適用すれば極く低速を除いて著しく小さな値となる。従って

$$\frac{raKc}{I\Omega} e^{-J} \int_{\theta_0}^{\theta} e^J d\theta \ll 1$$

となり、この項は1に対して省略することができる。結局(2.7.33)式は、上述を考慮しJの積分をも行くと、

$$U_a = \frac{kV}{3} + \left( U_{a0} - \frac{kV}{3} \right) \exp \left[ \frac{ra}{I\Omega} \left\{ \frac{6Kr}{\sqrt{1+\varepsilon}} \left( F\left(\frac{\theta_0}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) - F\left(\frac{\theta}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \right) + Kc(\theta_0 - \theta) \right\} \right] \dots (2.7.34)$$

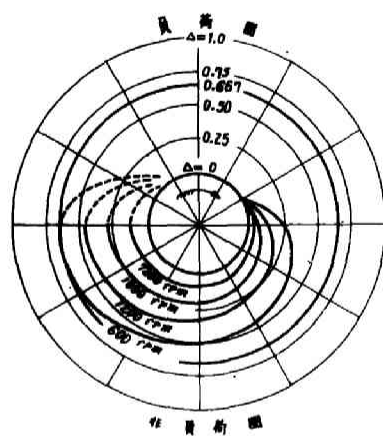
式中Fはオイ種のだ円積分である。(2.7.34)式において  $\theta = \theta_0$  におけるころの周速  $U_{a0}$  を決めれば、軸受中のころの周速、すなわち自転すべりを求めることができる。

以下、 $U_{a0}$  の決定に関連して、不完全流体潤滑、完全流体潤滑の二つの場合にわけて解析する

#### ii) 不完全流体潤滑の場合

ラジアル荷重を受ける円筒ころ軸受では、負荷圈にあるころのみが荷重をささえる。従って非負荷圈内では必ず隙隙が存在し、容易に流体潤滑が起りうるが、負荷圈においてはむしろ金属接触を起す可能性も考えられ、完全な流体潤滑となりえない場合が予想される。以下、このような不完全流体潤滑の場合につき(2.7.34)式を解くことにする。すなわちオス・7.1図において  $\theta \leq \theta_0$  では流体潤滑ではなく、ころにも自転すべりはないものとし、 $\theta \geq \theta_0$  にはじめて流体油膜が生ずるものとするれば、 $U_{a0} = kV$  で(2.7.34)式は

$$U_a = \frac{kV}{3} + \frac{2kV}{3} \exp \left[ \frac{ra}{I\Omega} \left\{ \frac{6Kr}{\sqrt{1+\varepsilon}} \left( F\left(\frac{\theta_0}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) - F\left(\frac{\theta}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \right) + Kc(\theta_0 - \theta) \right\} \right]$$



第 2.7.7 圖

$$-F\left(\frac{\theta}{2}, \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) + K_c(\theta_0 - \theta)\} \} \dots\dots\dots (2.7.35)$$

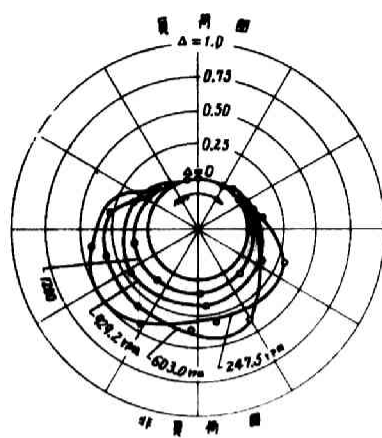
自転すべり率  $\Delta$  を

$$\Delta = (kV - U_a)/kV \dots\dots\dots (2.7.36)$$

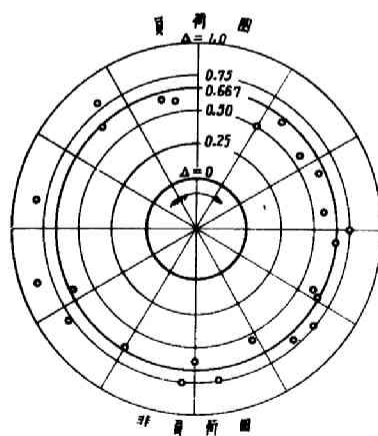
と定義し、 $\theta \leq \theta_0$  にて境界接触が起っているのであるから  $\varepsilon = 1$  としてよく、

$$\Delta = \frac{2}{3} \left\{ 1 - \exp \left\{ -\frac{ra}{I\Omega} \left[ \frac{6}{\sqrt{2}} K_r \left\{ F\left(\frac{\theta}{2}; 1\right) - F\left(\frac{\theta_0}{2}; 1\right) \right\} + K_c(\theta - \theta_0) \right] \right\} \right\} \dots\dots\dots (2.7.37)$$

をうる。(  $\theta \geq \theta_0$  ) これによって軸受内のこの位置に応じて、その自転すべり率を計算できるが、その一例として、半径方向ですべり率  $\Delta$  を、円周方向でこの位置をあらわすような円関面を用いて、 $\mu = 1.0 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{s/cm}^2$ ,  $Cr = 15 \mu$ ,  $Cr_c = 0.1 \text{ mm}$ ,  $C_f = 0.3$ ,  $2ra = 12 \text{ mm}$ ,  $b = 12 \text{ mm}$ ,  $2R_c = 97.5 \text{ mm}$  の場合 (これは #N2/2 のスピンドル油潤滑に相当する。) について負荷圏より  $60^\circ$  の角度だけころが回転した位置から流体潤滑状態になるものと仮定して計算した結果をオス・ク・フ図に示す。すなわちころが負荷圏を出て流体潤滑状態になれば直ちにすべりが発生し、ころの回転にともない漸次増大しつつ再び負荷圏へと入る。もし負荷圏においてもすべりが続行するものならば、すべり率はうずまき線的に増加し、 $\Delta = 2/3$  に収束する。しかし負荷圏ではすべらないとするのが本節での仮定であるから、負荷圏に入るや否や加速されるものと推量される。その状態を破線で示しておいた。これより負荷圏に入る直前にすべりは最大となり、この部分を通り越すと急激にすべりの減少を来すが、その際ころに加えられる加圧力は、軸及の摩擦および摩擦に悪影響を与えることが考えられる。また回転数が低いほど、ころの慣性モーメントの小なるほど、すべりは大きくなることわかる



第 2.7.8 圖



第 2.7.9 圖

次に比較のためすでに発表されている実験の中から、1例を図示すればオス・7・8図のごとくである。この結果は理論と定性的に非常に良好な一致を示しており、本理論結果をうらずけるものである。

### iii) 完全流体潤滑の場合

上述では負荷圈において流体潤滑が起らず、従って接触面はころがりの固体接触状態にあり、すべりも起らないものとした。しかし、さらに高速、軽荷重、あるいは高粘度潤滑油の使用等は流体潤滑を容易ならしめ、負荷圈においても流体潤滑を可能ならしめることが考えられる。この場合には一回転以上にわたって流体潤滑状態にあるから

$$U_a(\theta=\theta_0) = U_a(\theta=\theta_0+2\pi) \quad \text{--- (2.7.38)}$$

なる条件を(26)式に用い、

$$U_a = k_i V / 3, \quad \Delta = 2/3 \quad \text{--- (2.7.39)}$$

をうる。すなわち完全流体潤滑状態では、ころは自転すべり率  $2/3$  で常に滑りながらころがっているという極めて簡明な結果がえられる。これは内輪側、外輪側両接触面において流体油膜が完全に発生する場合であるが、どちらか一方の接触面、たとえば内輪側のみ流体潤滑である場合においても  $k = k_i$  とおき  $\Delta = (k_i V - U_a) / k_i V$  とすれば(2.7.39)式は一応成立するとみてよい。

さて、すでに発表された実験結果のうちから、負荷圈においてもすべりのある場合をここに引用すればオス・7・9図のごとくで、理論値  $\Delta = 0.667$  のまわりに実験値がばらついており、(2.7.40)式の成り立つことが確かめられる。

## (2) 流体潤滑理論

完全流体潤滑の場合、ころのすべり率は常に一定値  $2/3$  であることが明らかとなったが、これを考慮して従来のすべりを無視し





に流体潤滑理論の修正を行なうことにする。

まず負荷容量については  $P_b$  が

$$P_b = \frac{8}{3} \mu k V b H^4 \text{ ----- (2.7.40)}$$

と得られるから (2.7.1) によって計算し

$$W = \frac{16}{3} \frac{\mu k V a b n}{C_r} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1 \right) \text{ ----- (2.7.41)}$$

これは従来理論の  $2/3$  であり，約 33% の負荷容量の減少となる。  
この関係を示したのがオ 2.7.2 図である。

次に摩擦モーメントに関しては (2.7.2) より

$$M_b = \frac{16}{3} \frac{\mu k V b n R_i \sqrt{\gamma_a}}{\sqrt{C_r}} \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} F\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}}\right) \text{ -- (2.7.42)}$$

これはすべりを考慮しない場合の  $2/3$  であり，負荷容量の場合と同様約 33% の減少となる。

## オ 7 節 結 言

理論解析の結果得られた主要特性を要約すると

(1) ころがり軸受を流体潤滑状態で作動させるためには，潤滑油粘度を高くし，転動体 1 個あたりの荷重を減らし，高速で運転すればよい。潤滑油量を多くしても負荷容量はほとんど増加しないから無意味である。高粘度油の極微量給油が最良である。

(2) グリースのような非 Newton 流体と油のような Newton 流体とが潤滑剤として用いられた場合，根本的相違は非 Newton 流体では潤滑面の速度零でもなお負荷容量を有することと，起動摩擦が存在する点である。しかし高速では両潤滑剤の相違はほとんどなくなる。

(3) 起動荷重下における流体油膜の負荷能力は，接触面において



回転よりおこる油層のくさび作用により発生する油膜圧力とスクイズ・フィルム効果により発生する圧力との和によって形成され、変動荷重下でも十分流体油膜を保持し得る能力を有する。

(4) 普通変動荷重といわれている程度の比較的ゆるやかな変動荷重を受ける場合は、一定荷重下の理論において、一定荷重の代りに変動荷重を代入したものを利用してよい。

(5) 衝撃荷重ならびに高周波の振動荷重に対しては、*Squeeze film* の効果が大きくなり、その結果油膜厚さおよび摩擦の変動は少なくなり負荷容量は増加する。

(6) 荷重変動が正弦波に類似したものであれば、その摩擦変動の平均値は変動荷重の平均が一定に負荷された場合の摩擦値に等しい。すなわち、回転中不可避免的に発生する微小振動は一種の変動荷重として働くわけであるが、摩擦の平均値にはほとんど影響がないものと考えてよい。ことに軸受の場合の摩擦変動は非常に小さく、一般に荷重の変動による影響はないものとみて差支えない。

(7) 実験的事実であった円筒ころ軸受中のころの運動機構を流体潤滑の観点から説明した。これは軸受中の大部分のころが流体潤滑状態にあることを証拠だてるものである。

(8) 負荷圏において固体接触となり、ころはすべりなくころがるものと仮定する場合、すなわち不完全流体潤滑の場合は、ころが負荷圏を離れると共にすべりはじめ、すべり率 $2/3$ なる極限に向って漸次増大し、負荷圏に入る直前で最大となり、その後再び加速されてすべらなくなる。この際回転数は低いほど、軸受すきまは小さいほど、粘度は高いほど、ころの慣性モーメントは小さいほど、および荷重は小なるほど、すべりを増加せしめる。

(9) 上のような負荷圏におけるころのすべりは摩擦変動および接触面の摩耗を発生せしめることが予想される。

(10) 完全流体潤滑の場合、すべり率は常に一定値 $2/3$ である

(11) すべりを考慮すれば、考慮しない場合に比し、負荷容量、摩擦とも33%減少する。



## 結 論

以上の実験および理論によつてころがり軸受の潤滑機構が明らかになったものと考えられる。

すなわち、ころがり軸受の摩擦を構成する要素として転動体と軌道面のころがり接触面における摩擦、転動体と保持器間或は転動体とつば間のすべり接触面における摩擦および余剰油と空気の摩擦抵抗を考えることができる。本論では前者について特性を検討し、いずれが主要部を占めるかをまず明らかにした。すなわち、起動摩擦或は極低速時の軸受摩擦にはすべり接触面の摩擦が主要部を占め、高速になるに依りて、次々にころがり接触面の摩擦が大きくなり、逆にすべり接触面の摩擦は減少をはじめ、DN値200,000～1,000,000程度で良好な運転状態にあるときは、普通ころがり摩擦部分が主要部をなしており、その潤滑特性はオム、7章で述べたように流体力学的理論によつて解明できるものである。しかし、高速では保持器の振動或は温度増加のための潤滑油粘度不足などのため、好ましくない潤滑状態になることがあり、このような場合にはすべり接触面の摩擦が大きくなる。このように摩擦の本質的機構の变化するかぎを握るものは転動体、軌道面間の流体油膜の負荷能力である。接触面は境界接触部分と、厚い油膜を隔てて接触する流体接触部分に分けられ、流体接触部分が大部分の荷重を負担するならば、すべり接触部分の摩擦は小さくなり、ころがり接触部分の摩擦が主要部分を占めるようになる。逆に境界接触部分が大きい荷重を負担するならば、すべり接触部分の摩擦が支配的になる。

軸受の運転状態を良好にするためには上記の流体接触部分を多くするようにすべきで、そのための最良の方法は高粘度油の極微量給油である。



## 総 括

本論文はオ一篇においてころがり接触面の摩擦機構を明らかにし、その結果を利用してオ二編においてころがり軸受の潤滑機構を解析した。

すなわちオ一篇ではまず起動ころがり摩擦を測定し、理論的にも検討した結果、接触面のあらさに起因する位置エネルギー損失が起動摩擦の主要因であることが明らかにされた。つづいて、従来全く不明のまゝに残されていた高速におけるころがり摩擦を特に考察した装置によって測定して、多くの新事実を明らかにした。すなわち、ころがり摩擦は速度増加とともに著しく増大するので、ころがり摩擦が非常に小さな値であるとする従来の常識は高速において成立しないこと、潤滑によってころがり摩擦はかえって増加し、乾燥面の場合より数倍以上の大きさになること、など従来推定されていたものとは異なる結果が得られた。また表面あらさ、材質、寸法、速度、荷重、潤滑油粘度などの影響を検討し、更に理論的解析を行なった結果、高速度ころがり摩擦は乾燥面の場合衝突エネルギー損失が、潤滑面の場合流体摩擦抵抗が、それぞれ主原因であることが、知られたので、これをもとにして摩擦の理論を展開した。

次にオ二編ではころがり軸受の起動摩擦特性および高速における潤滑特性を実験的に探究して、得られた資料から、ころがり軸受の摩擦構成要素について分析的に検討した。すなわち、ころがり軸受の摩擦の本質的部分は転動体と軌道面間のころがり接触面における摩擦と保持油或はつばと転動体周りをすべり接触面における摩擦とによって構成され、一般に高速にて良好な運転性能を示す場合は前者のころがり接触面の摩擦が主要部を占め、起動時、





低速回転，超高速回転，高荷重，潤滑不良などの場合は後者のすべり接触面の摩擦が主要部を占めるようになる。これを観点を変えて述べれば，ころがり接触面に形成される流体油膜の負荷能力が大きい場合に前者の状態となり，油膜負荷能力が小さい場合後者の状態となる。ころがり接触面の摩擦についてはオー編で明らかにされており，すべり接触面の摩擦はすでに十分研究されているので，ころがり軸受の潤滑特性は容易に理解できるものとなった。

ころがり軸受としてはころがり接触面の摩擦が主要部を占める状態で運転されるのが好ましく，したがって潤滑剤はころがり接触面に流体油膜を生ぜしめるとともにすべり摩擦を軽減せしめべき役割を果たすべきである。流体油膜の特性は流体力学的解析によって知ることができ，オー編にて2次元および3次元ころがり接触面の流体潤滑理論を，オニ編にてころがり軸受の流体潤滑理論を導き，潤滑性能を向上させるための指針を与えた。

終りにあたり，本研究の題目を頂き 実験および理論の全面にわたって終始懇切な御指導，御鞭撻を頂いた佐々木外喜雄教授に対し深く御礼申し上げます。また特に本論文の流体潤滑部門について御教授を頂いた森美郎教授ならびに，本研究の遂行に当って種々御援助にあづかった岡村健二助教授，船津健石技官をはじめ研究室の各位に深甚の謝意を表します。



## 参 考 文 献

- 1) J. Bickerman, Effect of Surface Roughness on Rolling Friction J. Appl. phys. 20 (1949) 971
- 2) 久田太郎, 転り摩擦の研究  
成城試験所報告, 3 (1950)
- 3) D. Tabor, Mechanism of Rolling Friction  
Brit. J. Appl. phys. 6, 79 (1955).
- 4) Drutowski, An Experiment on the Rolling Friction  
ASLE Publication 2 (1958)
- 5) G. Tomlinson, A Molecular Theory of Friction  
Phil. Mag. 7 (1929) 905.
- 6) 薬师寺, 熊谷, 曾田, 面のあらさところがり摩擦  
東大理工研報告 3, 4 (1949-4) 104
- 7) 曾田, 薬师寺, 球のころがり摩擦について  
東大理工研報告, 3 2 (1949) 56
- 8) R. Reynolds, On the Rolling Friction  
J. Appl. Phys. 2 (1876)
- 9) A. Michell, Lubrication  
Blackie and Son, 1950 London
- 10) F. Bowden, D. Tabor. The Friction and Lubrication  
of Solids Oxford 1950
- 11) 曾田, 摩擦と潤滑  
岩波全書 192 (1954)
- 12) J. Bickerman, Surface Roughness and Sliding Friction  
Rev. Mod. Phys. 16 (1944) 53
- 13) J. Burwell, E. Rabinowicz, The nature of the Coefficient  
of Friction



- Proc. Phys. Soc. B66 (1953) 721
- 14) S. Student, Table of  $t$ -distribution
- 15) 曾田, 摩擦の統計的性質  
東大理工研報告 4, 281 (1950)
- 16) J. Bickerman, Surface Chemistry for Industrial Research Academic Press., Inc., New York 1947
- 17) R. Schnurman, Traces of Frictional Contact and Experiment on Adhesion  
J. Appl. phys., 13 (1942) 235
- 18) D. Wilcock, Adventures in Lubrication  
Lub. Engg. 7 (1951-12) 277
- 19) C. Gregor, The Distribution of Contact Pressure in the Rolling of Metals.  
ASME Publication 58-A-260 (1950)
- 20) 伊藤, 鋼球と軌道面間の転り摩擦の解析  
NTN, ベアリングエンジニア, 6, 1 (1957) 784
- 21) H. Hertz, Gesammelte Werke. I
- 22) W. May, E. Morris, D. Atack, Rolling Friction of Hard Cylinder over A Viscoelastic Material  
Appl. phys. 30, 11 (1959) 1713
- 23) D. Flom, A. Bueche, Theory of Rolling Friction for Spheres  
Appl. phys. 30, 11 (1959) 1725
- 24) K. Johnson, J. Appl. Mech. 25 (1958) 332
- 25) A. Palmgren, Sliding Friction in Ball Bearings  
Wear 2 (1940)
- 26) W. Peppler, Druckübertragung on geschmierten Zylindrischen Glut über Wälzflächen



VDI - Forschung 391. 9 (1938)

- 27) E. Gnatcombe, Lubrication Characteristics of Involute  
Super Gears

Trans. ASME. (1945-4) 178.

- 28) M. Hersey, D. Lowdenslager, Film Thickness between  
Gear Teeth a Graphical Solution of  
Karlson's Problem

Trans. ASME, (1950-10) 1035

- 29) W. Lewicki. Hydrodynamic Lubrication of Roller  
Bearings The Engineer. (1954-6)  
920.

- 30) J. Dörr, Schmiermitteldruck und Randverformungen  
des Rollenlagers,

Ingenieur Archiv 22, 3 (1954) 171

- 31) C. Weber, K. Saalfeld, Schmierfilm bei Walzen mit  
Verformung ZAMM 34 (1954-1/2) 54

- 32) R. Davies, Hydrodynamic Lubrication of A Cam &  
A Cam Follower

Lub. Engg. 11. 1 (1955) 37

- 33) M. Joly, The non-newtonian Surface Viscosity  
Kolloid Z 126 (1952) 35

- 34) E. Mardles, The Rheology of Lubricants Films  
Brit J. Appl. Phys.

- 35) A. Milne, A Theory of Rheodynamic Lubrication  
Kolloid Z 139 (1954) 96

- 36) F. Ostrile, A. Charnes, E. Saibel, The Rheodynamic  
Squeeze - Film

Lub Engg (1956-1/2) 33

- 37) A. Slibar, P. Paslay, On The Theory of Grease Lubricate  
Thrust Bearings





- Trans. ASME (1957-8) 1929
- 38) K. Lawrence, A Mathematical Evaluation of Pressures in A Grease-Lubricated Bearings  
Trans. ASME (1950-5) 409
- 39) П. Капица, Гидродинамическая теория смазки при качении,  
Журнал технической физики 25  
(1955) 747
- 40) 西原, 遠藤, 球軸受の油膜強度  
京大工研集報 4 (昭28-29) 15
- 41) O. Reynolds, Phil. Trans. Roy. Soc, 177, 1 (1886)  
157
- 42) 佐々木, 小野, こゝろ軸受の起動摩擦について  
機械学会論文集 18, 74 (昭27) 45
- 43) 佐々木, 小野, 玉軸受の起動摩擦について  
機械学会論文集 18, 74 (昭27) 41
- 44) 青木,  
球軸受の静止摩擦に関する研究  
精密機械 16, 9 (昭29-9) 252
- 45) 佐々木, 小野, 円錐ころ軸受の起動摩擦  
機械学会論文集 17, 63 (昭26) 21
- 46) A. Fogg, J. Webber, The Lubrication of Ball and Roller Bearings at High Speed.  
J. Inst. Petroleum 39 (1953-11) 743
- 47) E. Booser, D. Wilcock, Minimum Oil Requirements of Ball Bearings Lub. Engg. (1953-6) 1110.
- 48) W. Anderson, E. Macks, Z. Nemth, Comparison of Operating Characteristics of Four Experimental and Two Conventional 75-Millimeter-Bore Cylindrical-Roller Bearings at High Speeds



- NACA Tech. Report 5001 (1953-9)
- 119) G. Getzloff, Des Verhalten von Wälzlagern bei sehr hohen Drehzahlen Konstruktion 11 (1952) 280
- 50) H. Styr, Friction Torque in Ball and Roller Bearings Mech. Engg.
- 51) E. Mackes, Z. Nemeth, Lubrication and Cooling Studies of Cylindrical Roller Bearing at High Speeds. NACA Tech. Note 1064 (1952)
- 52) E. Mackes, Z. Nemeth, W. Anderson, Operating Characteristics of Cylindrical roller bearing at high speeds. Trans ASME 74 (1952-7) 705
- 53) A. Shashaty, A Theoretical Investigation of the Angular Contact Ball Bearing MIT Doctoral thesis (1958-12)
- 54) 佐々木, 森, 豊島, 高速度玉軸受の噴霧潤滑 (文1報) 機械学会論文集 22, 122 (昭31-10) 721
- 55) 佐々木, 森, 豊島, 高速度玉軸受の噴霧潤滑 (文2報) 機械学会論文集 23, 134 (昭32-10) 715
- 56) 内海, 岡野, 玉軸受の摩擦について 潤滑 2, 1 (1957) 7
- 57) 曾田, 宮原, 玉軸受の油潤滑と噴霧潤滑について 東大理工研報告 4, 9 (1950-9) 255
- 58) H. Chamberland, Effectiveness of Mist Lubricating and Cooling Systems Lub. Engg. (1950-2)
- 59) D. Faust, Oil Fog Lubrication Lub Engg (1952-8)



- 60) C. Moore, F. Jones, Operating Characteristics of High-Speed Ball Bearings at High Oil-Flow Rates  
Trans. ASME (1956-7) 997
- 61) A. Brewer, Methods of Lubricating Machinery (1948-10) 172
- 62) E. Meldon, Drückverteilung im Radial-Rollen kugellager bei Belastung durch Einzelkraft und Moment  
Werkstatt u. Betrieb, 89, 4 (1956) 185.
- 63) R. Sonntag, Über einen durch Kreiselwirkung hervorgerufenen Reibungseffekt  
Ingenieur-Archiv 28 (1959) 327.
- 64) A. Jones, Ball Motion and Sliding Friction in Ball Bearings  
Trans ASME J. Basic Engg. (1959-3) 1
- 65) F. Jones, D. Wilcock, The Mechanism of Lubrication Failure in High-Speed Ball Bearings  
Trans ASME (1952-3)
- 66) 鈴木, 玉軸受の保持油について  
機械学会誌 58, 432 (1955) 55
- 67) J. Cornelissen, H. Waterman, Viscosity-Temperature Characteristics of Mineral Oils & Their Structure  
Fuel, 35, 3 (1956) 291
- 68) H. Hartung, Density-Temperature-Pressure Relations for Liquid Lubricants  
Trans. ASME, 78, 5 (1956-7) 941
- 69) 甲藤 転り軸受の温度上昇と発熱量について  
機械の研究 7, 3 (1955) 3



- 70) 井沢                      転り軸受保持器の運動に関する研究  
                                 科研報告 31, 3 (昭30-5) 203
- 71) 佐々木, 小野.            ころがり軸受の内外輪の温度差に及ぼす回転  
                                 数の影響  
                                 機械学会論文集 20, 94
- 72) 平野, 吉成,              ころがり軸受における滑りの測定  
                                 機械の研究 2, 10 (1950) 530.
- 73) 佐々木, 他3名.          ころ軸受内におけるころの運動について  
                                 機械学会論文集 13, 45 (昭22) 111
- 74) 佐々木, 徳久,          総ころ軸受内におけるころの運動  
                                 機械学会論文集 14, 49 (昭23) 60
- 75) M. Shaw, Dynamically Loaded Bearings  
                                 Lub. Engg 5, (1949-10) 218
- 76) E. Simons, Hydrodynamic Lubrication of Cyclically  
                                 Loaded Bearings  
                                 Trans. ASME, 72 (1950) 805.
- 77) W. Büche,              Eine Hydrodynamische Theorie der  
                                 Flüssigkeitsreibung in Rollenlagern  
                                 VDI-Forschung 5, 5 (1934-7/10) 237.





# 主 要 記 号 表

## オ ー 編

### オ 1 章

$f$ : 接触面上に作用する接線力	$R$ : ロータ半径
$g$ : 重力の加速度	$r$ : リングの外半径
$H_{max}$ : 表面あらさ	$t$ : 時 間
$I$ : ロータの慣性モーメント	$\omega$ : 単位時間の注水重量
$l$ : ロータの移動距離	$\bar{x}$ : 測定値の算術平均値
$M_S$ : ころがり起動摩擦モーメント	$\theta$ : ロータの回転角
$M(s)$ : すべり起動摩擦モーメント	$\theta_0$ : 起動時の回転角
$M_k$ : ころがり運動摩擦モーメント	$\sigma$ : 標準偏差
$m$ : ロータの質量	$\mu$ : ころがり起動摩擦係数
$n$ : 測定回数	$\mu_s$ : すべり起動摩擦係数

### オ 2 章

$a, b$ : 接触楕円の半径, 等価多角形を考える場合, $a$ は辺長の $1/2$ , $b$ は分離 点の座標	$M_k$ : ころがり運動摩擦モー メント
$E$ : 弾性率	$M_S$ : ころがり起動摩擦モー メント
$M$ : ころがり摩擦モーメント	$n$ : 等価多角形の辺数
$r_0$ : 接触面の曲率半径	$P$ : 接触面の全圧力
$\theta$ : 接触面の傾き角	$p$ : 接触圧力
$\mu_s$ : すべり摩擦係数	$\nu$ : ポアソン数



### オ 3 章

$F$ : 球の中心に作用する抵抗力	$R$ : 転走面半径
$f$ : ころがり摩擦によって生ずる球中心に作用する力	$r$ : 球の半径
$I$ : 球の慣性モーメント	$S$ : 接触面に作用する接線力
$M$ : ころがり摩擦モーメント	$t$ : 時間
$m$ : 球の質量	$u$ : 球の自転角速度
$P$ : 接触面荷重	$V$ : 転走面の速度
	$v$ : 球の公転速度
	$\theta, \varphi, \omega$ : 回転角

### オ 4 章

$a, b$ : 接触楕円の半径	$M_d$ : 動的ころがり摩擦要因
$e$ : 反跳係数	$m$ : 転動体質量
$L$ : 単位時間の損失エネルギー	$P$ : 接触面荷重
$\Delta L$ : 一回の衝突による損失エネルギー	$r$ : 転動体半径
$M_T$ : 差動すべりに起因するころがり摩擦モーメント	$r_0$ : 接触面の曲率半径
$M_h$ : ヒステリシス損失に起因するころがり摩擦モーメント	$U$ : ころがり速度
	$v$ : 接近速度
	$\delta$ : 多角形の辺長の $1/2$
	$\mu_s$ : すべり摩擦係数



第 6 章

$A$ : 変動荷重の変動係数	$M$ : ころがり摩擦モーメント
$b$ : 円筒またはころの中	$P$ : 油膜の全圧力
$F$ : ころがり接触面に平行な摩擦角	$P_c$ : 非定常荷重の基準荷重
$F_c$ : 基準荷重 $P_c$ が負荷された場合の摩擦力	$p$ : 油膜の圧力
$F_s$ : すべり摩擦力	$Q$ : 円筒単位中を通過する潤滑油の流量
$F_r$ : ころがり摩擦力 (転動体中心に作用する力)	$Q_0$ : $V$ が零のときの $Q$ の値
$J(t)$ : 潤滑油膜厚さの変化を表わす函数	$S_a = \tan^{-1} (x_a / \sqrt{2r} h_0)$
$f_c$ : 振動数	$S_b = \tan^{-1} (x_b / \sqrt{2r} h_0)$
$g_t$ : 非定常荷重を表現する函数	$S = \tan^{-1} (x / \sqrt{2r} h_0)$
$h_1, h_2$ : 円筒 1, 2 の表面の $y$ 座標	$S^* = \tan^{-1} (x^* / \sqrt{2r} h_0)$
$h_0$ : 最小油膜厚さ	$t$ : 時間
$h$ : $h_2 - h_1$	$U_1, U_2$ : 円筒 1, 2 の周速
$h_A, h_B$ : Core 境界の $y$ 座標	$U = (U_1 + U_2) / 2$
$h_a = h_A - h_1$	$u$ : 潤滑油の $x$ 軸方向の速度
$h_b = h_2 - h_B$	$u_c$ : Core の $x$ 軸方向速度
$h_c = h_B - h_A$	$V$ : 2 円筒の接近速度
$H_a = h_a / h$	$x, y$ : 座標軸
$H_b = h_b / h$	$x_a, x_b$ : 油膜圧力が零になる位置の $x$ 座標
$H_c = h_c / h$	$x_1, x_2, x_3, x_4$ : Core 境界の $x$ 座標
$H^* = h^* / h$	
$H_{cm}$ : $H_c$ の最大値	$\eta$ : Bingham 塑性体の塑性粘度
$\mu$ : Newton 流体の粘性係数	$\lambda$ : 非定常荷重の大きさを表現する変数
	$\tau$ : 潤滑油の剪断応力
	$\omega$ : 振動荷重の角速度



## オ 7 章

$h$ : 油膜厚さ	$U_1, U_2$ : 2曲面の接触部分 の同速度
$h_0$ : 最小油膜厚さ	$U = (U_1 + U_2)/2$
$M$ : 摩擦モーメント	$x_a, x_b, y_b$ : 油膜圧力が零 になる位置の座標
$P$ : 油膜の全圧力	$\alpha, \beta$ : 曲率を表わす定数
$p$ : 油膜の圧力	$\mu$ : 潤滑油の粘性係数
$r_{1x}, r_{1y}, r_{2x}, r_{2y}$ : 曲率半径	

## オ 二 編

### オ 1 章

$I$ : ロータの慣性モーメント	$P$ : 接触面荷重
$L_s$ : 起動時の自働ばかりの読 み	$R$ : ロータ半径
$L_k$ : 運動時の自働ばかりの読 み	$R_i$ : 内輪軌道半径
$M$ : 摩擦モーメント	$t$ : 時間
$M_s$ : 起動摩擦モーメント	$w$ : 単位時間の注水重量
$M_k$ : 運動摩擦モーメント	$\theta$ : 軸受の接触角または ロータの回転角
$n$ : 回転体数	$\theta_0$ : ロータの初期回転角
	$\sigma$ : 標準偏差

### オ 2 章

$F$ : 転動体と軌道の接触面に 働く接線力	$m$ : 転動体重量
添字 $e$ : 外輪側	$P$ : 接触面に作用する荷重
添字 $i$ : 内輪側	添字 $\alpha, \beta, \gamma$ : 転動体 $\alpha,$ $\beta, \gamma$ に関するもの





$M$ : 起動摩擦モーメント	$r$ : 転動体半径
$M_c$ : 転動体と保持器間のすべり摩擦に基因する摩擦モーメント	$\theta$ : 転動体の位置を示す角度
$M_r$ : 転動体と軌道面間のころがり摩擦に基因する摩擦モーメント	$\mu$ : すべり起動摩擦係数
$M_s$ : 転動体とつば間のすべり摩擦に基因する摩擦モーメント	
添字 (I) 負荷転動体に関するもの	
添字 (II) 非負荷転動体に関するもの	

### 第 3 章

$\Delta T_e$ : 外輪温度上昇	$L_b$ : 摩擦仕事率
$\lambda_e$ : 放射熱係数	$M$ : 摩擦モーメント
$\mu$ : 摩擦係数	$N$ : 単位時間の回転数
$W$ : 軸受荷重	$R$ : 内輪内径

### 第 4 章

$N$ : 回転速度	$r_i, r_e$ : 内外輪溝曲率半径
$P$ : 転動体 1 個あたりのスラスト荷重	$W$ : 軸受荷重
$P_e$ : 外輪側の接触面荷重	$w$ : 転動球重量
$P_i$ : 内輪側の接触面荷重	$\alpha$ : 接触角
$P_c$ : 転動球 1 個の遠心力	$\alpha_i, \alpha_e$ : 内輪および外輪側の接触角



$R$  : 内輪内径

$R_a$  : 転動球の公転軌道半径

$r_a$  : 転動球半径

$\delta$  : 軸受すきま

$\mu$  : 摩擦係数

## オ 5 章

$M_c, M_r, M_s$  : オニ編オ2章参照

$P_c$  : 転動体と保持器間の接触  
面荷重

$P_r$  : 転動体と軌道間のころが  
り接触面の荷重

$P_s$  : つばと転動体間の接触面  
荷重

$R_e, R_i$  : 外輪 内輪の軌道半径

$R_s$  : つばの半径

$\alpha, \beta, \gamma$  : 円すいころ軸受の円  
すい角に関する定数

$\mu_c$  : 転動体と保持器間のすべ  
り摩擦係数

$\mu_r$  : 転動体と軌道面間のころ  
がり摩擦係数

$\mu_{rs}$  : 転動体と軌道面間のす  
べり摩擦係数

$\mu_s$  : 転動体とつば間のすべり  
摩擦係数

## オ 6 章

$a, b$  : 潤滑油粘度の温度特性  
を表わす定数

$L$  : 摩擦仕事量

$M_b$  : 摩擦モーメント

$N$  : 回転速度

$n$  : 転動体数

$P$  : 転動体一個当りの接触面  
荷重

$R_i, R_e$  : 内外輪軌道半径

$T$  : 軸受温度

$F$  : 接触面に作用する接線方  
向摩擦力

$T_f$  : 室温

$\Delta T$  : 温度上昇

$V$  : 内輪軌道周速

$W$  : スラスト負荷容量

$\alpha$  : 接触角

その他の記号はオニ編オ6章  
に同じ



## オ 7 章

$C_r$  : 軸受すきま

$L$  : 摩擦仕事量

$M_b$  : 摩擦モーメント

$n$  : 転動体数

$P_b$  : 転動体 1 個に負荷される  
荷重

$V$  : 内輪軌道周速

$V_b$  : 衝撃荷重による接近速度

$W$  : ラジアル負荷容量

$\theta$  : ころの位置を示す角度

$\varepsilon$  : 偏心率

添字  $i, e, r$  はそれぞれ内  
輪、外輪、転動体をあらわ  
す。

添字  $0$  は速度が十分小さい  
場合を意味する。

他の記号についてはオ一編  
オ 6 章に同じ。

